É deste novo tipo de ferro que nos vamos ocupar, procurando dar uma ideia do seu rápido desenvolvimento como material de construção mecânica e ainda focar a sua actual fabricação em Portugal.

II — Processos de obtenção de estruturas nodulares

O ferro fundido nodular caracteriza-se, como já dissemos, pelo facto de a grafite se apresentar sob a forma mais ou menos esférica, sem necessidade de tratamento térmico, como é o caso do ferro maleável.

O ferro nodular foi anunciado pela primeira vez em princípios de 1948 por Morrogh, que, nos laboratórios da British Cast Iron Research Association, tinha conseguido obter estruturas nodulares por meio de adições de cério ao ferro fundido líquido.

Quási simultâneamente, T. Wickenden e L. B. Pfeil publicavam os resultados dos seus trabalhos sobre a obtenção de estruturas nodulares por meio de adições de magnésio, realizados nos laboratórios da International Nickel nos EUA.

Tinha-se portanto conseguido, por adição de dois elementos diferentes — cério ou magnésio — ao ferro fundido líquido, controlar a forma sob a qual se dava a precipitação da grafite, resultando um novo material que apresentava propriedades excepcionais. Este facto fez recair sobre ele a atenção de muitos metalurgistas e engenheiros.

Na verdade, as propriedades mecânicas deste novo tipo de ferro fundido colocam-no numa posição privilegiada entre o ferro fundido com grafite lamelar e o aço vazado. Concorre também com a indústria de ferro maleável, uma vez que a sua produção é mais rápida por não necessitar de recozimento prolongado e ainda porque as suas propriedades são superiores.

Vejamos em que consistem os dois processos fundamentais para a produção de ferro nodular.

a) *Por adição de cério*

Para conseguir grafite nodular, Morrogh adicionou, momentos antes de vazar, pequenas quantidades de *Ce* a um ferro fundido de composição química especial. Esse ferro obedecia às seguintes condições:

1 — ser hipereutético $\%C > 4{,}3 - 1/3\,(\%Si + \%P)$
2 — a percentagem de silício ser de preferência superior a 2,3 %
3 — a percentagem de enxofre ser o mais baixa possível
4 — a percentagem de fósforo nunca ultrapassar 0,5 %, e de preferência ser inferior a 0,1 %.

Verificou-se que só eram obtidas estruturas nodulares quando a percentagem de *Ce* dissolvido na matriz ultrapassava 0,02 %.

O cério, ao ser adicionado ao ferro fundido, combina-se com o enxofre passando os produtos de reacção à escória, e só depois da percentagem de enxofre ser inferior a 0,015 % é que o cério começa a formar liga metálica, produzindo estruturas nodulares.

Daqui se conclui que a condição 3) citada atrás visa ùnicamente a economia do processo, uma vez que, quanto mais elevada for a percentagem de enxofre, maiores quantidades de cério terão que ser adicionadas a um dado ferro para obter o mesmo grau de nodulização.

O elemento cério favorece a formação de carbonetos e portanto, se a velocidade de arrefecimento for grande, a estrutura final apresentará grandes quantidades de cementite livre. Por esta razão adoptou-se o chamado tratamento duplo, tendo em vista a obtenção de estruturas completamente nodulares. Esse tratamento consiste no emprego duma inoculação grafitizante posterior à adição de cério, de modo a que o aumento da percentagem de silício seja pelo menos igual a 0,2 %.

b) *Por adição de magnésio*

Para se conseguir adicionar magnésio ao ferro fundido foi primeiro necessário fabricar ligas que permitissem realizar esta adição sem perigo. Dado que a temperatura de ebulição deste elemento é igual a 1120 graus C., a reacção proveniente da adição do ma-

gnésio puro ao ferro fundido líquido é violenta e perigosa quando se trate de adições em escala industrial, e tem, além disso, um péssimo rendimento.

Apareceram já várias ligas de magnésio, mas predominam as que têm por base o níquel ou cobre.

No caso do magnésio, a composição do ferro base não necessita de estar compreendida entre limites tão apertados como no processo do cério, não sendo obrigatório o emprego de ferros hipereutéticos. Pelo contrário, os ferros-base actualmente empregados são todos hipoeutéticos em que C = 3 a 3,3 % e Si = 1,5 a 2,8 %.

O enxofre convém ser baixo, mas pode ser mais alto em relação ao ferro base para adição de cério, uma vez que o magnésio dessulfura mais enèrgicamente que o cério, tornando a operação menos dispendiosa.

É vulgar, hoje em dia, tratarem-se ferros derretidos ao cubilot com enxofre igual a 0,09 % ou mesmo 0,1 %.

Ao contrário do que sucede com o cério, o magnésio permite obter estruturas nodulares mesmo que a percentagem de fósforo suba até 0,7 %.

Deve ter-se em mente que, para conseguirmos propriedades óptimas no que respeita ao alongamento, resistência ao choque e coeficiente de contracção, não é conveniente ter o fósforo superior a 0,15 % nem o manganês superior a 0,6 %.

No tratamento pelo magnésio é igualmente necessária a inoculação grafitizante posterior, de modo a contrariar a formação de cementite provocada pelo magnésio.

A título informativo citamos ainda a obtenção de estruturas nodulares por adição de várias ligas tendo por base o *cálcio*, em ensaios realizados pelo professor Albert De Sy no Centre de Recherches de Ghent. Apesar do grande interesse que têm os trabalhos deste Professor (em escala laboratorial) duvidamos que venham a constituir técnica generalizada para a obtenção de estruturas nodulares.

Depois de tornados públicos os dois processos fundamentais para a obtenção de estruturas nodulares, várias entidades lançaram-se na produção de ferro nodular e algumas delas contribuíram bastante para o seu desenvolvimento industrial. Citamos, por exemplo, a firma American Cast Iron Pipe Co., cujo metalurgista chefe — C. Donoho — há alguns anos se dedicava a investigações sobre a precipitação da grafite no ferro fundido. Em Fevereiro de 1949, Donoho numa conferência da secção de Birmingham (EUA) da A. F. S. apresentou os resultados da produção em escala industrial de peças em ferro nodular obtido pelo processo do magnésio.

Desde 1949 desenvolveu-se extraordinàriamente a produção de ferro fundido nodular pela adição do magnésio, e a INCO tem hoje mais de 300 fundições que trabalham segundo as suas patentes.

Em 1950 produziram-se nos EUA e no Canadá aproximadamente 20 000 ton. de nodular, sendo a produção prevista para 1951 de 100 000 ton., aproximadamente.

Na Europa temos igualmente uma produção crescente de ferro nodular sobretudo em Inglaterra, Itália, Alemanha e Bélgica.

As peças vazadas com este material têm pesos que variam de fracções do kg (com espessuras de 3 mm) até 50 ton. (com espessuras que vão até 1 200 mm), constituindo este facto mais uma das vantagens do nodular sobre o maleável, com o qual se torna difícil produzir peças de grandes dimensões e espessuras pelas dificuldades em realizar o tratamento térmico apropriado.

Vimos, por exemplo, na fundição da Escher Wyss Maschinen Fabrik, em Zürich, empregar o nodular (segundo as patentes da INCO) nos fixes para as turbinas Pelton da central de Handeck (42500 CV cada turbina) e também em volantes para outras turbinas, conseguindo-se assim reduzir o peso de algumas peças em relação às que eram feitas em ferro perlítico vulgar, como resultado dum aproveitamento total das características mecânicas do novo material.

Algumas peças em aço vazado passaram a ser produzidas em ferro nodular, eliminando deste modo as dificuldades inerentes à obtenção de peças vazadas em aço de configuração complexa, tornando-se por conseguinte a sua fabricação mais económica.

Na actualidade, com a escassez de matérias primas existente, e sobretudo no caso de Portugal, em que a maior parte das matérias primas para a indústria metalúrgica é importada, o papel a desempenhar pelo ferro nodular é necessàriamente importante, pela economia que pode representar.

Conseguiremos deste modo atingir os mesmos fins, economizando 20 a 50 % do material quando se trate de órgãos de máquinas que eram até hoje produzidos em ferro fundido vulgar.

É, no entanto, grave erro pensar que produzir ferro nodular (satisfazendo a determinadas características) consiste simplesmente em adicionar «um pouco» de liga de magnésio ao ferro líquido e vazar em seguida as moldações.

O grande valor desta descoberta reside no facto de ser possível, com um cubilot, produzir um material cujo alongamento pode variar entre 3 a 20 %. Por esta razão é que a maior parte dos metalurgistas consideram o aparecimento do nodular como uma das maiores descobertas na história dos materiais ferrosos, pois tornaram-se assim reais os sonhos dos fundidores, durante tanto tempo irrealizáveis.

III — Propriedades

O ferro fundido nodular é produzido com várias composições de modo a apresentar as propriedades necessárias às diversas aplicações.

Com elementos coligidos de milhares de fusões, Gagnebin (INCO) elaborou o gráfico que apresentamos na fig. 1, e que nos mostra a relação existente entre a resistência à tracção, o alongamento e a dureza.

O facto de existir esta relação é útil, uma vez que, conhecendo a dureza, podemos ter uma ideia aproximada da resistência à tracção e do alongamento.

Pràticamente, o magnésio controla a forma da grafite, mas tem pouca influência nas propriedades da matriz. Estas últimas são influenciadas pelas percentagens de elementos de liga como sejam o Si, Mn, Ni, Cr, Mo, etc., pela percentagem de fósforo, e ainda, em pequena escala, pela velocidade de arrefecimento.

Uma propriedade muito importante que o nodular apresenta é a sua grande fluidez, e portanto a facilidade com que enche as moldações por mais complexas que sejam.

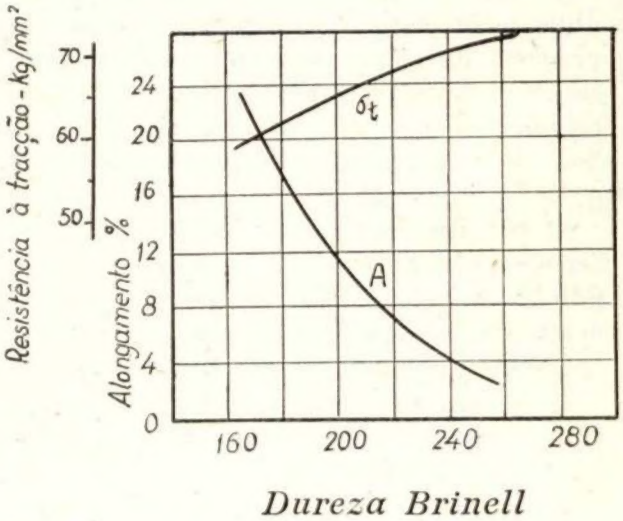


Fig. 1

Esta propriedade, aliada a elevadas características mecânicas, torna o ferro fundido nodular importantíssimo para o fabrico de peças pelo processo do vazamento.

Para a maioria dos casos onde as peças venham a sofrer pressões elevadas e tenham que ser absolutamente estanques, o nodular representa a solução ideal, substituindo com grande vantagem o aço vazado, o maleável, o bronze e os ferros de alta resistência. É o caso de cabeças de motores e compressores, válvulas, acessórios para tubos, conjuntos submetidos à pressão hidráulica, etc.

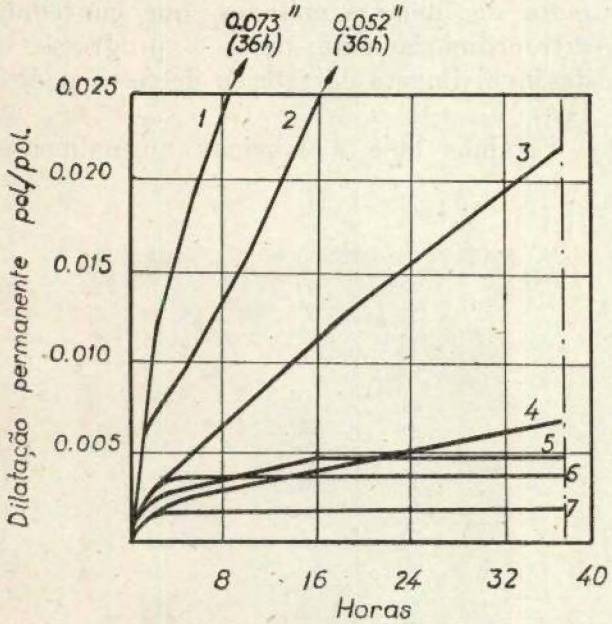
Outra propriedade notável é a resistência ao desgaste, que é muito superior à do ferro fundido normal ou com liga. Quando temperado superficialmente, o ferro nodular atinge correntemente durezas superiores a 600 Brinell, possuindo neste estado uma resistência ao desgaste absolutamente invulgar.

No que respeita a refractariedade, a estrutura ferrítica com grafite nodular é evi-

dentemente muito superior à do ferro fundido perlítico, e mesmo à de certos ferros refractários.

O nodular com matriz ferrítica está hoje sendo usado em todos os casos onde se empregavam ferros refractários, devido à melhoria de rendimento que se obtém.

Eagen, da Cooper Bessemer Corp., realizou ensaios de refractariedade sobre ferros nodulares, cujos resultados estão condensados no gráfico da figura 2.



Temperatnra de ensaio — 900° C

Duração do ensaio — 36 h

1	C = 3,27	Si = 2,27	Mn = 0,68	P = 0,20	S = 0,15
2	3,19	2,10	0,93	0,16	0,092
		Cu = 1,12	Mo = 0,37		
3	3,15	1,28	0,90	0,093	0,09
4	3,06	1,55	1,01	0,078	0,069
		Cr = 0,34	Ni = 0,98	Mo = 0,24	
5	Ferro nodular perlítico com Mg = 0,077				
6	» » ferrítico » Mg = 0,055				
7	» » » » Mg = 0,077				

Fig. 2

Eagen procedeu igualmente à realização de vários ensaios à fadiga do ferro nodular, chegando à conclusão de que o seu comportamento é semelhante ao do aço vazado.

Esta última característica, juntamente com a boa resistência ao desgaste, faz do nodular um material ideal para o fabrico de cambotas por vazamento.

O nodular é fàcilmente soldável, conseguindo-se resistências na soldadura de 40 kg/mm² com alongamento de 10 %.

Das propriedades enunciadas se conclui que o ferro nodular tem múltiplas aplicações, uma vez que alia as propriedades do ferro fundido às características mecânicas do aço vazado, mantendo no entanto as duas propriedades mais importantes do ferro fundido, isto é, a resistência ao desgaste e a facilidade em ser trabalhado pelas máquinas ferramentas.

IV — Fabricação do ferro fundido nodular em Portugal

No nosso país, a firma Alfredo Alves & C.ª (Filhos) iniciou em princípios de 1951 a produção deste novo tipo de ferro. Durante os primeiros meses foram feitas fusões em escala laboratorial, utilizando um forno eléctrico de arco directo de 100 kVA.

Apesar da extensa bibliografia existente já nessa altura e da prática que tínhamos adquirido numa fábrica belga, foi necessário estabelecer controles rigorosos de temperaturas e de composições químicas e ainda observações metalográficas constantes, para conseguir obter estruturas nodulares com segurança e regularidade.

A produção deste tipo de ferro só se consegue com um laboratório que controle constante e ràpidamente a produção. Caso contrário, não é possível passar de estruturas com grafite finamente distribuída, a que

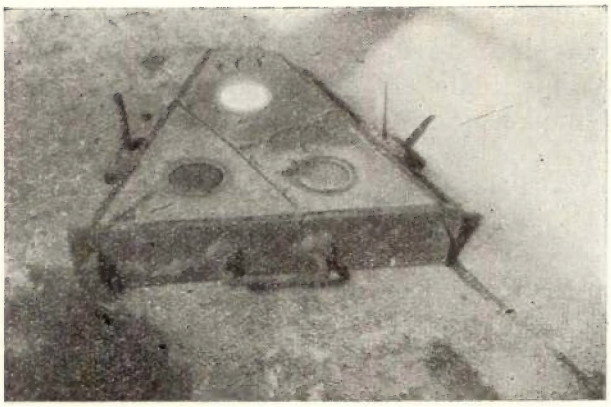


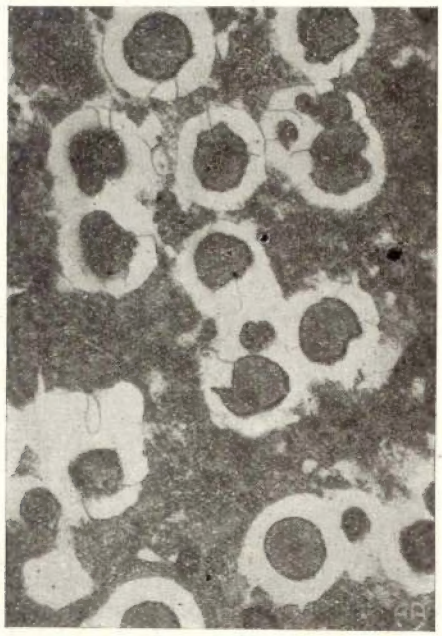
Fig. 3

os anglo-saxões chamam «quasi-flake graphite», atingindo a estrutura nodular por mero acaso.

Por essa razão, em meados de 1951, a mesma firma adquiriu os direitos exclusivos para Portugal das patentes da INCO e da The Mond Nickel Co. Ltd., para produção de nodular por meio de adição de ligas especiais de magnésio.

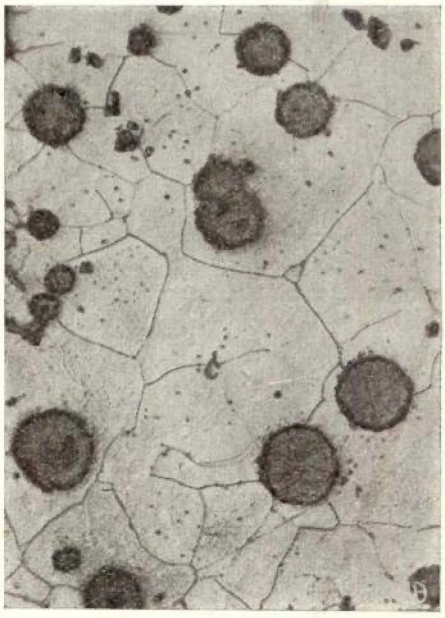
Além das instruções pormenorizadas de fabrico, a Mond Nickel fornece mensalmente aos seus licenciados um resumo dos últimos aperfeiçoamentos realizados na técnica do nodular, estabelecendo também, entre os licenciados europeus, um sistema de permuta de ideias e métodos, que contribui extraordinàriamente para o progresso e desenvolvimento do fabrico de ferro nodular.

Estamos hoje a fabricar normalmente



ataque: Nital ×200

Fig. 4



ataque: NO^3H a 5 % em álcool ×200 em

Fig. 5

A figura 3 representa as três amostras necessárias ao controle de cada fusão, momentos depois de se ter vazado a terceira amostra.

No entanto, após várias experiências com o forno de 100 kVA, vimos que, para produzir ferros de características muito elevadas, surgiam dificuldades cuja solução só poderia ser encontrada através de dezenas de fusões a que corresponderiam despesas proibitivas.

dois tipos de ferro nodular cujas características indicamos no quadro seguinte:

	Resist. à tracção kg/mm²	Carga limite de elast. kg/mm²	Along. %	Dureza Brinell	Matriz
Tipo I	65 — 73	48 — 54	3 — 6	225 — 250	perlítica
Tipo II	45 — 55	30 — 40	12 — 20	150 — 180	ferrítica

A figura 4 mostra uma metalografia dum ferro nodular do tipo I, no qual a matriz é constituída por perlite muito fina e a grafite livre se encontra sob a forma de nódulos rodeados de ferrite.

A figura 5 representa uma metalografia dum ferro nodular do tipo II. Neste caso, a matriz apresenta-se absolutamente ferrítica.

A adição de magnésio é feita empregando ligas com baixo teor em magnésio, sendo no entanto a reacção acompanhada de um grande clarão, mas sem constituir qualquer perigo.

Fig. 6

A figura 6 representa o clarão que acompanha a reacção proveniente da adição de liga de magnésio a 100 kg de ferro base.

As areias de moldação e para machos são as mesmas que as empregadas vulgarmente para ferro fundido. É, no entanto, preferível trabalhar com permeabilidade AFS superior a 30 e sempre que possível com areias sintéticas.

No que respeita a gitagem, a técnica empregada difere daquela que se emprega no ferro fundido corrente, assemelhando-se à do aço vazado. Como a contracção é quási igual à do aço, devemos prever alimentadores quando as peças tenham regiões espessas. É também conveniente, sempre que tal for possível, promover a solidificação dirigida das secções finas para as espessas. É boa prática usar machos filtrantes nos gitos, de modo a evitar a entrada de pequenos bocados de jôrra contendo sulfureto de magnésio, que seriam altamente prejudiciais à resistência da peça.

A rebarbação das peças em nodular é ligeiramente mais demorada do que a de peças em ferro vulgar, mas é incomparàvelmente mais rápida e económica do que a rebarbação do aço vazado. Este facto constitui mais uma das grandes vantagens sobre o aço.

A figura 7 representa duas barras vazadas em ferro nodular e torcidas a frio, o que demonstra a maleabilidade deste material.

No que respeita às suas aplicações, é impossível descriminá-las, nem está no âmbito deste artigo fazê-lo. Pode, no entanto, dizer-se que as suas aplicações existem em todas as indústrias.

Citando alguns casos em que hoje se emprega correntemente o nodular, teremos: Máquinas agrícolas; máquinas têxteis; automóveis; indústrias químicas e eléctricas; motores, conjuntos refractários; máquinas ferramentas; indústrias metalúrgica, mineira e dos cimentos; indústria papeleira; veículos de transportes colectivos; etc.

Tratado térmicamente, o nodular apresenta-se como material ideal para milhares de aplicações.

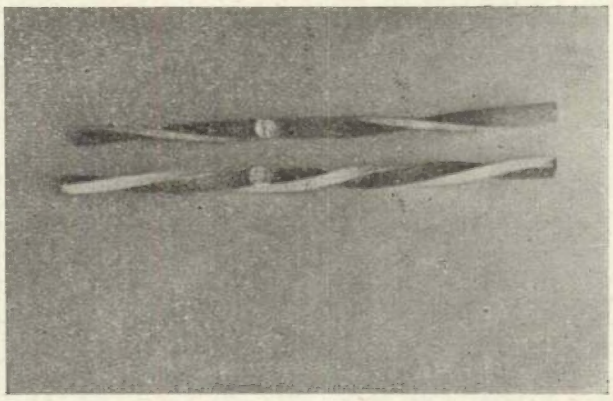


Fig. 7

A figura 8 representa um conjunto de elos para transportadores duma instalação executada pela firma.

Estes elos eram anteriormente fabricados em aço vazado.

O seu custo de produção em aço era ele-

vado, uma vez que o peso do gito era elevadíssimo em relação ao peso dos elos. Além disso a rebarbação era demorada e dispendiosa.

Produzimos ùltimamente alguns milhares destes elos em nodular. A percentagem de elos inutilizados por falta de enchimento no vazamento não atingiu 0,3 %. Para os

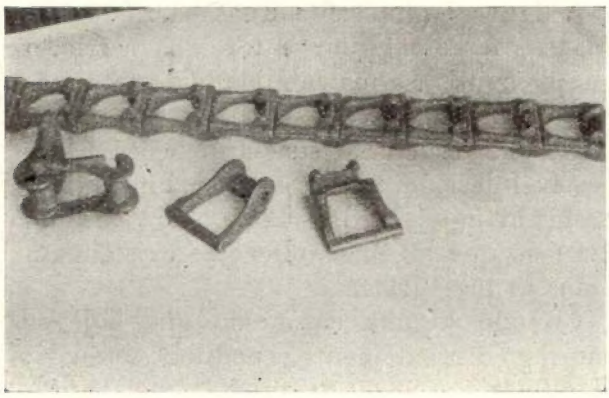


Fig. 8

rebarbar introduziram-se, ainda com gito, num moinho, e após alguns minutos de rotação os elos sairam absolutamente rebarbados e sem gitos.

A figura 9 mostra algumas peças que compõem os conjuntos amortecedores para cabos de alta tensão. Estas peças eram geralmente fabricadas em maleável, mas presentemente, nos EUA, na Inglaterra e na Itália, estão a ser produzidas, já em grande escala, em ferro nodular.

O mesmo está sucedendo para pinças de amarração dos cabos eléctricos, suportes e campânulas para isoladores, etc.

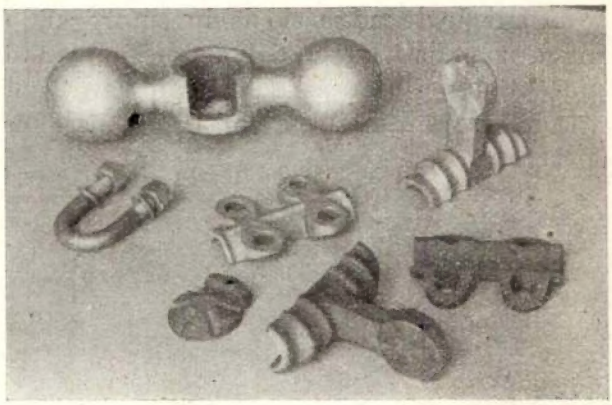


Fig. 9

Como é natural, o ferro nodular do tipo II (estrutura ferrítica) é apropriado para qualquer tipo de protecção metálica, qualquer que seja o processo de aplicação usado.

No caso da figura 9 algumas peças foram zincadas por imersão.

PERDAS DE CARGA NAS CONDUTAS

FÓRMULA DE STRICKLER

PELO ENG.º CIVIL (E. E.) BAPTISTA J.OR
Licenciado em ciências matemáticas (U. C.)

C. D. 532.542.4

«Il convient donc toujours d'être prudent dans la conclusion qu'on tire de la valeur de la perte de charge, quand celle-ci n'est etablie que sur le choix d'un coefficient, tiré des sources mêmes les plus sûres et ne repose pas sur des resultats d'essais directs.

CALAME et GADEN

1 — O dimensionamento das galerias sob pressão, das condutas forçadas ou mesmo dos poços piezométricos de qualquer aproveitamento hidroeléctrico, faz-se a partir do conhecimento do somatório das perdas de carga devidas ao atrito, peças especiais, mudanças de secção, etc. que têm lugar nas canalizações que devem permitir o escoamento do caudal turbinável. Se o valor estabelecido para essas perdas de carga é escasso, o diâmetro interior da conduta será inferior ao necessário e a peça não desempenha o papel que lhe foi destribuído com todos os inconvenientes para a exploração. Por outro lado uma previsão por excesso origina secções exageradas e consequentemente gastos supérfluos, sobretudo quando se trata de derivações de grande extensão em que pequenas alterações no diâmetro provocam importantes variações nas quantidades de trabalho a realizar quer de movimentos de terras quer de revestimentos ou metal.

É portanto necessário que o assunto das perdas de carga nas condutas industriais seja do perfeito conhecimento tanto do engenheiro que projecta como do que constrói; aquele para dimensionar os órgãos segundo as boas condições técnicas, este para realizar a obra de acordo completo com os princípios estabelecidos.

Ao técnico que faz a verificação de secções de vasão atribuídas a condutas ou canais quer referentes a projectos de adução ou distribuição de águas, quer de rega ou de hidro-electricidade também não devem ser estranhas as regras mais capazes a aplicar no estabelecimento das perdas de carga.

Nas presentes notas apenas nos referimos a secções circulares e ao escoamento de caudais de água.

2 — No momento actual há ideias seguras sobre o fenómeno da vasão de água nas tubagens e os diferentes regimens de escoamento (viscoso ou laminar, turbulento ou hidráulico) estão claramente individualizados. O assunto acha-se exposto com minúcia em todos os tratados modernos de Hidráulica. Como o nosso intuito é apenas dar indicações e elementos de trabalho que facilitem a determinação aproximada das perdas de carga, nem sequer sumariamos os conhecimentos relativos ao fenómeno hidráulico, que por certo não são estranhos ao leitor.

A fórmula geral que dá a perda de carga nas condutas de secção circular e eixo retilíneo é

$$j = \lambda \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

em que

j — perda de carga em metros por metro de coluna de água

v — velocidade média da água em m/s

d — diâmetro geométrico interior da conduta, em m

g — aceleração da gravidade (9,81 m/s^2)
λ — factor de resistência (n.º adimensional)

A dedução desta fórmula assenta nas hipóteses seguintes:

1) proporcionalidade entre j e V^2
2) repartição das forças de resistência em todo o perímetro molhado;

mas como elas não se verificam perfeitamente, ou melhor não são exactas, o factor de resistência λ não é constante.

No regime turbulento, único que interessa às aplicações técnicas que tratamos, a investigação e a experiência mostram que

$$\lambda = f\,(R_e\,,\ K\,,\ K',\ldots)$$

onde K, K', são factores que definem completamente a rugosidade de parede do tubo.

Compreende-se pois que o conhecimento de λ é a chave da determinação da perda de carga. Conhecidos os valores de λ para todos casos que se apresentam na prática, o dimensionamento da secção que permite a passagem de determinado caudal estava resolvido com a aplicação da fórmula 1.

Porém, dada a dificuldade de traduzir analìticamente o estado das paredes dos tubos, o estabelecimento do acertado valor de λ é na maior parte dos casos impossível. Só para os tubos lisos, nos quais a rugosidade da parede se pode considerar nula (isto é, $k = 0$, $k' = 0$) existem fórmulas racionais que expressam o λ em função do número de Reynolds e que podem ser utilizadas na prática. Mas as tubagens lisas não estão compreendidas no nosso problema técnico, pois que as condutas a que nos referimos estão sujeitas a acções que com o tempo modificam o estado da parede interior, e é preciso calculá-las, portanto, para um certo estado de rugosidade que se preveja venham a ter em serviço. Quer dizer, só interessam ao nosso estudo as condutas rugosas e como para estas não são aplicáveis as leis de semelhança, tem que se pôr de parte o emprego da fórmula racional e lançar mão de fórmulas empíricas.

3 — São inúmeras as fórmulas empíricas que dão as perdas de carga em condutas à pressão, ou canais, estabelecidas a partir de elementos experimentais. Estas expressões dão soluções mais ou menos aproximadas e como é natural deveriam ser aplicadas apenas em casos contidos nos intervalos a que dizem respeito os dados das experiências.

Como a avaliação dos vários elementos que constituem as bases para a dedução da fórmula é operação cheia de dificuldades (exemplo: a medição do caudal escoado, do diâmetro interno do troço de conduta experimental), os resultados de experiências análogas nem sempre são concordantes. E não é pois de estranhar que para o mesmo exemplo, as várias fórmulas deem soluções bastante diferentes.

No quadro n.º 1 apresentam-se as expressões dos factores de resistência λ, deduzidas de algumas das mais conhecidas fórmulas empíricas, europeias e americanas, estas transformadas para medidas métricas.

Podia-se agrupar as fórmulas conforme as variáveis de que λ é função e assim ter-se-ia

$$\lambda = f\,(k,\ D)$$

$$\lambda = f'\,(k.\ D.\ V.)$$

etc.

Não interessa porém para o nosso caso. O que é preciso fixar é que na maior parte delas há sempre um coeficiente, que designamos duma maneira geral por k, e que traduz de modo absoluto a rugosidade da parede interior do tubo. Em cada fórmula foi estabelecida uma escala de valores para este coeficiente: isto é, cada valor de k representa, digamos, um tipo de parede da conduta. Assim a parede de betão alizado será dado por um valor, a chapa metálica soldada, por outro, etc.

Este coeficiente de rugosidade aparece noutras fórmulas representado por letras consagradas como o conhecido γ de Bazin, etc.

Sabido para cada caso de prática o coeficiente k que traduza a rugosidade da parede, conhece-se o factor de resistência λ e consequentemente a perda de carga, através da fórmula geral.

Em lugar porém de determinar os λ, as fórmulas empíricas permitem calcular imediatamente os valores da perda de carga, porque em todas elas entra o j na expressão analítica.

4 — Mas havendo inúmeras fórmulas empíricas destinadas a determinação das perdas de carga nas canalizações hidráulicas, de diversa formação e expressão, quer do tipo polinómico quer monómias, umas estabelecidas dentro do princípio da proporcionalidade quadrática entre o j e v outras em potências de ordem diferente, é natural que se suscitem dúvidas na escolha daquela que se deve empregar.

Pode dizer-se porém que não é na escolha da fórmula que reside a dificuldade, pois todas elas dão aproximações satisfatórias. O difícil é estabelecer acertadamente o coeficiente k, dentro da escala de valores correspondente à fórmula, que traduza a rugosidade que a parede interior vai ter ou tem. E por isso uma das condições a que deve obedecer a eleição duma fórmula está na existência dum grupo de valores do coeficiente k, completo e já verificado.

Outra condição é ser de fácil manejo e é por isso que as fórmulas de expressão monómia são superiores às outras. Na verdade permitem o emprego de logarítmos como instrumento analítico e como tal a utilização da régua de cálculo.

Dentro do campo das facilidades de aplicação são preferíveis as fórmulas em que os coeficientes de rugosidade k, são apresentados sempre do mesmo modo. Por exemplo não se compreende que o coeficiente possa ser positivo ou negativo. Este facto pode suceder na conhecida fórmula de Bazin em que, para condutas muitíssimo lisas o γ apareceria com valores abaixo de zero.

Outra condição de escolha é que a fórmula tanto possa ser aplicada no caso de canais com a superfície livre, em cursos de água naturais, ou em tubagens forçadas. Esta obrigação traduz o ponto de vista do italiano Fantoli. Todas as fórmulas mais conhecidas estão em igualdade de circunstâncias perante a condição referida. Escolhida determinada fórmula, se na sua expressão se considerar o diâmetro como sendo igual a duas vezes o raio geométrico, o campo de aplicação é o das tubagens (canalizações de secção circular e em pressão); se se tomar o D como sendo igual a 4 vezes o raio hidráulico a fórmula tem aplicação a escoamentos através de outras secções. O fenómeno hidráulico não variou com a mudança da secção nem tão pouco o raio hidráulico é parâmetro dependente da forma.

Ainda dentro das rasões de facilidade de aplicação é-se levado a ter preferência apenas por uma fórmula que possa empregar-se em todos os casos de rugosidade, do que por uma infinidade de expressões, uma para cada estado e tipo de parede. Só deste modo é que se pode chegar a conhecer bem a sua fórmula, ou melhor a fórmula do seu uso, e seleccionar convenientemente os coeficientes de rugosidade.

Como diz King, o que é preciso é que o Engenheiro conheça a sua fórmula e a aplique com inteligência.

5 — Posta de parte a fórmula de Bazin, por força do exposto, bem como as do tipo polinómio, fomos levados a escolher para nosso uso a de Strickler, pelas rasões seguintes:

a) É já empregada no nosso país;

b) Tem forma monómia;

c) O intervalo em que varia o coeficiente de rugosidade é bastante dilatado para não ser de temer o inconveniente de aparecerem coeficientes negativos em casos de rugosidade exagerada;

d) Pode ser aplicada em tubagens e canais;

e) É baseada na lei de proporcionalidade quadrática entre o j e o v, lei verificada para escoamentos em condutas rugosas dentro do regime turbulento;

f) É a fórmula aconselhada por King (na realidade é a de Maning);

g) Sendo os coeficientes k_s (coeficientes da rugosidade da fórmula de Strickler) os inversos dos coeficientes da de Manning, e até certo ponto os inversos dos de Ganguillet-Kulter, podem aproveitar-se todos os elementos já seleccionados para aqueles casos;

h) A escala de valores do coeficiente k_s é já muito pormenorizada e conhecida. Os resultados das experiências levadas a efeito nos E. U. A , Suíça, Suécia, França, Itália, etc. para o estudo do escoamento hidráulico em obras de carácter industrial (túneis, condutas forçadas, etc.), são sempre traduzidos em coeficientes de Strickler, quando se referem à rugosidade da parede interior.

6 — Tendo dado preferência à fórmula Strickler, organizamos várias tabelas e ábacos para facilitar os cálculos e que são transcritas nestas notas para possibilidade de utilização de quem necessite calcular canalizações.

A expressão de Strickler aparece com a forma

$$v = k_s R^{2/3} j^{1/2} = k_s R^{0,667} j^{0,5} \quad . \; . \quad (2)$$

em que

v — velocidade média, em m/s
R — raio hidráulico, em m
j — perda de carga em metros por metro
K_s — coeficiente de rugosidade de Strickler

Resolvendo em ordem a j acham-se as expressões abaixo indicadas em função das variáveis que interessam

$$j = \frac{10,300}{k_s^2} D^{-5,333} Q^2 \quad . \; . \; . \quad (3)$$

$$j = \frac{6,354}{k_s^2} D^{-1,333} V^2 \quad . \; . \; . \quad (4)$$

$$j = \frac{124,665}{k_s^2} D^{-1,333} \frac{V^2}{2g} \quad . \; . \quad (5)$$

onde

Q — caudal, em $m^3/_s$
D — diâmetro geométrico interior do tubo em metros
g — 9,81 m/s^2

Das equações números (1 e 5), obtém-se o valor de λ em função do coeficiente de Strickler e que é dado por

$$\lambda = \frac{124,665}{k_s^2} D^{-0,333} \quad . \; . \; . \quad (6)$$

A relação que liga o coeficiente k_s de Strickler, com o coeficiente C da fórmula de Chezy ($v = c\sqrt{R\,j}$) é

$$C = k_s R^{0,167} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Se for obtido a partir do k_s o factor de resistência λ ao escoamento, para achar-se a perda de carga, é necessário resolver a equação (1) ou seguintes

$$j = \lambda \frac{1}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{16 \times \lambda}{2 \times 9,81 \times 3,1416^2} \times \frac{Q^2}{D^5} =$$

$$= 0,08263 \times \lambda \times D^{-5} \times Q^2 \; . \; . \; . \quad (8)$$

Calculou-se para diferentes k_s de Strickler e diâmetros de tubagem, os λ correspondentes a partir da fórmula (6). Os resultados constituem a tabela n.º 1. Calcularam-se também as equações n.os 3 e 4 para certos valores de k_s e diâmetros, fornecendo as tabelas n.os 2 e 3, os valores de m e m_1 para resolução das equações derivadas

$$j = m\,Q^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

$$j = m_1 v^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Desenharam-se ainda os nomogramas cartesianos correspondentes às fórmulas n.os 3, 4 e 6, que permitem, com grande rapidez, obter valores muitíssimo aproximados para as perdas de carga. (Fig. 12, 13 e 14).

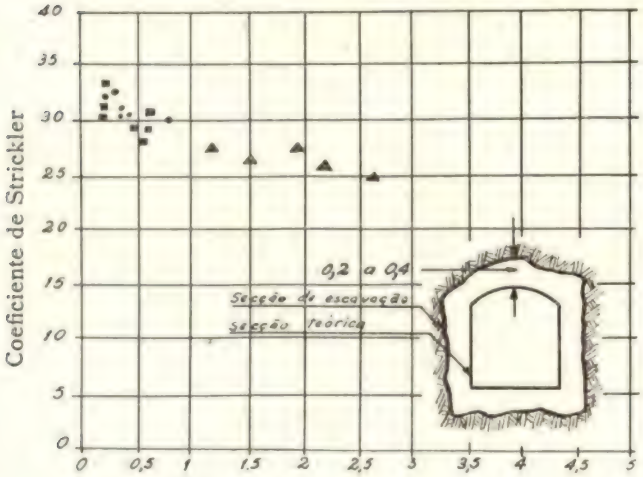
7 — Dando preferência à fórmula que denominamos, por motivos de brevidade, de Strickler, quando de facto se deveria chamar de Gauckler-Manning-Strickler — , vamos agora acrescentar alguns valores do coeficiente k_s relativos a paredes interiores de condutas ou túneis que foram ensaiados ao escoamento hidráulico.

Os valores de k_s indicados pelo próprio Strickler, constam de todos os tratados. (Technische Hidraulik, de Charles Jaeger). Na figura n.º 1 apresentam-se os valores achados nas experiências levadas a efeito nos túneis de fuga não revestidos de algumas importantes centrais da Suécia (elementos extraídos da obra do professor Bo Hellström -I- Vattenbyggnad, pg. 104).

QUADRO N.º 1

Designação	Factor de resistência λ	Coeficiente de Chezy	Observações
Bazin. . . .	$\lambda = 0{,}01037 \left(1 + \frac{2\,\gamma}{\sqrt{D}}\right)^2$	$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$	
Kutter . . .	$\lambda = 0{,}00785 \left(1 + \frac{2\,m}{\sqrt{D}}\right)^2$	$C = \frac{100}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$	
Levy. . . .	$\lambda = \frac{39.24}{\alpha^2 \left(1 + 2{,}1213 \sqrt{D}\right)}$	$C = 1{,}414\,\alpha \sqrt{(1 + 4{,}2426 \sqrt{R})}$	
Darcy . . .	$\lambda = k \left(0{,}04 + \frac{0{,}001}{D}\right)$	$C = \frac{8{,}859}{\sqrt{k \left(0{,}04 + \frac{0{,}00025}{R}\right)}}$	
Flamant . .	$\lambda = 19{,}62\ k^2\ V^{-0{,}25}\ D^{-0{,}25}$	$C = \frac{2{,}378}{k}\ V^{0{,}125}\ D^{0{,}125}$	
Strickler . .	$\lambda = \frac{124{,}665}{k_s^2}\ D^{-0{,}333}$	$C = k_s\ R^{0{,}167}$	
Forcheimer .	$\lambda = \frac{136{,}54}{k^2}\ D^{-0{,}40}$	$C = k\ R^{0{,}20}$	
Ludin . . .	$\lambda = \frac{104{,}10}{k^{1{,}852}}\ D^{-0{,}204}\ v^{-0{,}148}$	$C = k^{0{,}926}\ R^{0{,}102}\ v^{0{,}074}$	
Hazen . . .	$\lambda = \frac{133{,}84}{C_1^{1{,}8\cdot 2}}\ D^{-0{,}167}\ v^{-0{,}148}$	$C = 0{,}861\ C^{0{,}926}\ R^{0{,}102}\ v^{0{,}074}$	
Lea	$\lambda = \frac{29{,}746}{k^2}\ D^{-0{,}25}$	$C = 3{,}065\ k\ R^{0{,}125}$	
Tutton . . .	$\lambda = \frac{39{,}77}{k^{1{,}96}}\ v^{-0{,}04}\ D^{-0{,}29}$	$C = 1{,}15\ k^{0{,}98}\ v^{0{,}02}\ R^{0{,}145}$	
Scimemi . .	$\lambda = 0{,}01781\ D^{-0{,}214}\ Q^{-0{,}214}$	—	Fibrocim.to
	$\lambda = 0{,}01622\ D^{-0{,}189}\ Q^{-0{,}113}$	—	Betão liso
	$\lambda = 0{,}01988\ D^{-0{,}198}\ Q^{-0{,}113}$	—	Chapa soldada
Scobey. . .	$\lambda = 50{,}62\ k\ D^{-0{,}1}\ v^{-0{,}1}$	—	Chapa
	$\lambda = \frac{270{,}48}{k}\ D^{-0{,}25}$	—	Betão
Lang. . . .	$\lambda = a + \frac{0{,}0018}{\sqrt{D \times v}}$	—	
Nikuradse. .	$\lambda = \frac{0{,}25}{\left(\log 3{,}707\ \frac{D}{\varepsilon}\right)^2}$	—	
Biel	$\lambda = 0{,}0716\ D^{-0{,}125}\ R_e^{-0{,}125}$	—	
Mises. . . .	$\lambda = 0{,}096 \sqrt{\frac{k}{D}} + 1{,}7 \sqrt{\frac{1}{R_e}}$	—	

Coeficientes de Strickler em Túneis Suecos sem revestimento (segundo Bo Hellström)



Velocidades médias m/seg.

● — Túnel de Tyssedal (1908)
■ — » » Sillre (1933)
▲ — » » Krängede (1943)

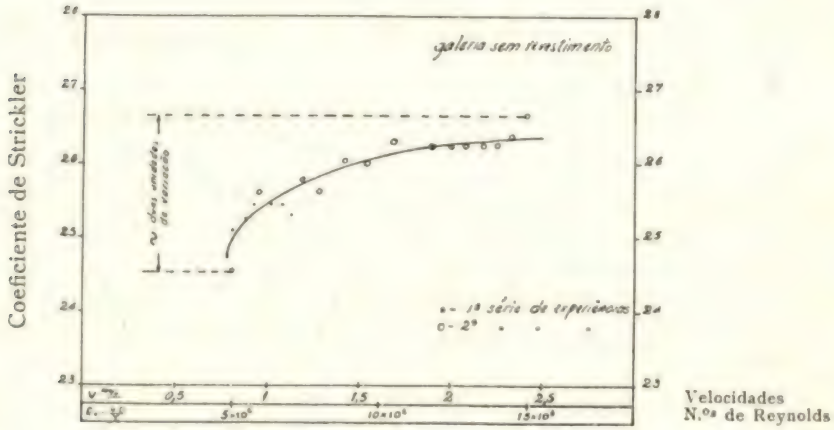
Fig. 1

tinha levado um induto de cimento que com o tempo se desintegrou e que já tinha desaparecido quando os ensaios foram feitos. Fig. n.° 4. As condutas de chapa de aço tinham sido pintadas interiormente com uma camada betuminosa posta a quente e nalguns pontos a frio. A camada tinha a espessura de 1,6 mm. Nos troços em que o material betuminoso foi colocado a quente a parede apresentava irregularidades devidas ao arrefecimento rápido provocado pela chapa, com espessuras da ordem de 3 mm (Ver figura 5).

Nos troços de túneis não revestidos, a rocha de granito quebrava mal, observando-se na figura 6 as secções típicas obtidas, (Para mais pormenores ver o estudo aparecido nos Proceedings ASCE do mês de Abril de 1947 — e posteriores discussões, e a transcrição apresentada pela revista «Energia Eléctrica» no número de Janeiro-Fevereiro de 1948).

Experiências no Túnel de Apalachia (T. V. A.)

Diâmetro D = 5,486 m



Diâmetro médio equivalente para efeito do cálculo do número de Reynolds = 6,90 m

Fig. 2

Os resultados das experiências executadas no túnel e condutas de Apalachia do T. V. Autority, constam nos gráficos das figuras n.os 2 e 3. O troço de túnel ensaiado era revestido a betão fundido por meio de cofragens metálicas. O betão depois de descofrado apresentava irregularidades não superiores a 0,8 mm. Após a descofragem a parede

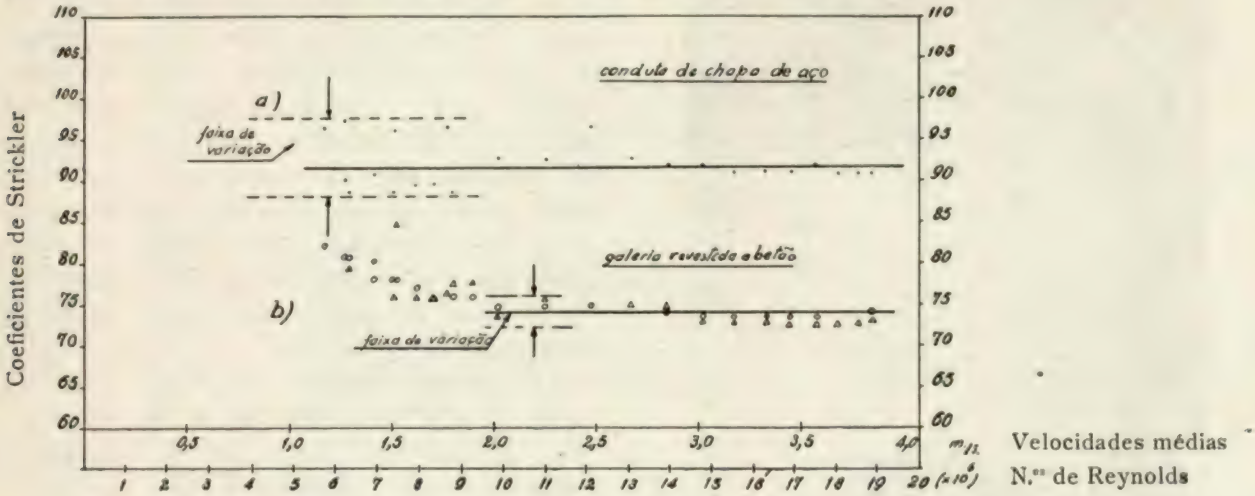
Para os técnicos que queiram documentar-se sobre o assunto em questão, indicamos ainda os seguintes trabalhos donde podem extrair grande cópia de dados:

a) Proceedings ASCE, Setembro de 1947, pg. 1130, com indicações de K. Kennison;

b) Proceedings ASCE, Dezembro de 1947, pg. 1122, com indicações de W. R. Barrows;

Experiências no túnel de Apalachia (T. V. A.)

Variação dos coeficientes de Strickler com a velocidade média e números de Reynolds



a) — Conduta de chapa de aço de D = 5,486 m (18 pés)
b) — Galeria com revestimento de betão D = 5,486 m (18 pés)

Fig. 3

Túnel revestido do Apalachia

Fig. 4

c) Energia Eléctrica, Dezembro de 1931 — Resultados de experiências levadas a efeito em condutas forçadas (sifões) no canal de Pugliese (1920) indicadas por A. Bordini;

d) Houille Blanche, Setembro e Outubro de 1947. Apresenta um quadro resumo com vários dados de experiências realizadas em condutas francesas (Portillon, Sarrans, Vendets, Champs/Drac, etc.);

e) Revue Genérale de Hydraulique — Apresenta o relatório de Hoek sobre as experiências levadas a efeito de 1937 a 1940

Conduta do Apalachia pintada com betuminoso
(Faltava ainda pintar a parte da soleira
quando foi tirada a fotografia)

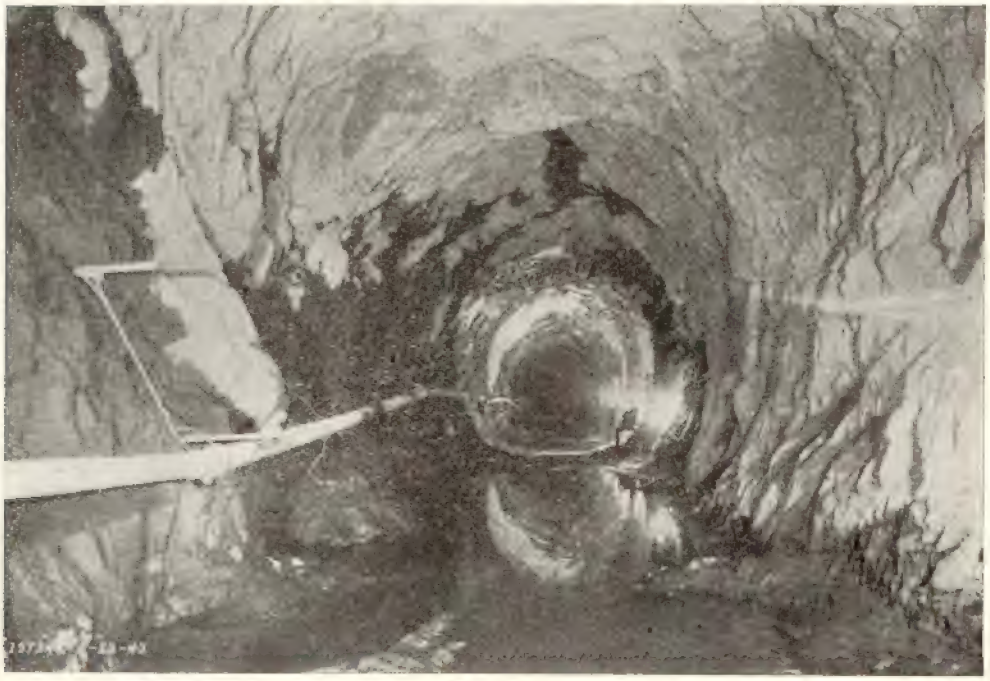
Fig. 5

nas condutas industriais Suíças (quadro n.º 2. Nesse estudo estão indicados os coeficientes de Strickler cujo emprego Hoek julga acertado no cálculo de condutas de chapa metálica inteiramente soldadas. Os gráficos das figuras n.º 7 e 8 mostram as variações dos coeficientes de Strickler, tanto nas condutas de carácter rugoso como nas de carácter liso e misto, classificação proposta pelo próprio Hoek baseada no comportamento das condutas industriais de secção circular no escoamento hidráulico resultante da lei de resistência própria.

f) Houille Blanche, de Maio-Junho de 1947. Reproduz os resultados das experiências de Barbe em condutas de chapa soldada, de ferro fundido com pintura interior betuminosa e tubos de betão novo de boa qualidade, mas bastante rugoso (ver fig. 9).

A rugosidade é dada pelos factores de resistência λ. O nomograma da figura 14 dá os k_s correspondentes.

g) Proceedings ASCE, de Novembro de 1947, pág. 1450. Traz úteis indicações sobre os λ respeitantes a grande número de condutas americanas e estranjeiras revestidas a betão. Extraimos do quadro de



Túnel sem revestimento do Apalachia

Fig. 6

GABINETE DE ESTUDOS HIDRÁULICOS

ORGANIZADO EM 1945

Telefones 4 5451 e 5 3873 . Rua Rodrigo da Fonseca, 62-4.º D.to — LISBOA

ABASTECIMENTOS de ÁGUA

Direcção do
Eng.º Ferreira Chaves

Alguns trabalhos realizados:

Abastecimento de Água de Setúbal.

Ampliação do Abastecimento de Água do Funchal (Plano Geral).

CAPTAÇÕES SUBTERRÂNEAS
SONDAGENS

Direcção do
Eng.º Augusto Cavaco

Alguns trabalhos realizados:

Estação de Valada (Comp.ª das Águas de Lisboa)

Captações do Canário (S. Miguel — Açores).

TRABALHOS MARÍTIMOS
FUNDAÇÕES

Direcção do
Eng.º Vasco Costa

Alguns trabalhos realizados:

Estudo de obras acostáveis (Figueira da Foz e S. Tomé).

Fundação flutuante sobre lôdos (Sacavém).

APROVEITAMENTOS
HIDRO-AGRÍCOLAS
E
HIDRO-ELÉCTRICOS

—

"APAGEL"

Direcção do
Eng.º Barrancos Vieira

Alguns trabalhos realizados:

Rega (projectos e execução):

Aprov. Hidro-Agrícola de Vale de Moura (Rega de 250 ha).

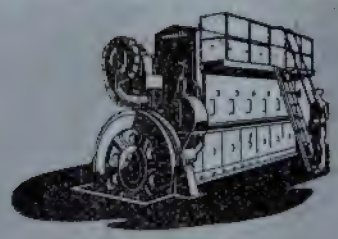
Aprov. Hidro-Agrícola de Mercês (Rega de 40 ha).

Energia (projectos):

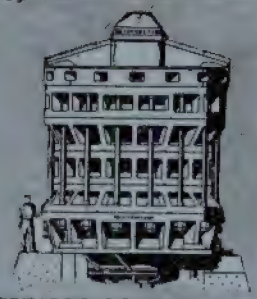
Aprov. Hidro-Eléctrico do Biópio (Angola).

Obras de Derivação e Central Subterrânea de Salamonde (Cávado).

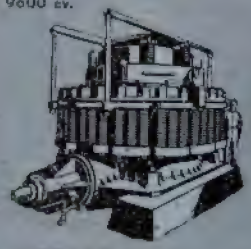
de DIA e NOITE no mundo inteiro...



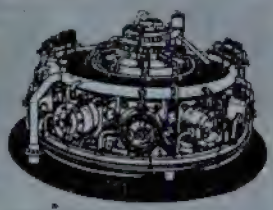
MOTORES DIESEL... — tipos de 2 a 4 ciclos para gasoil, Dualfuel e gás natural de 10 a 9600 cv.



BRITADEIRAS PRIMARIAS "SYMONS"... para minério e minerais industriais.

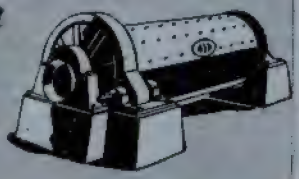


BRITADEIRAS CÓNICAS "SYMONS"... para todos os géneros de trabalho perfeito.



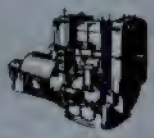
MOTORES RADIAIS... — a gás natural, fuel oil e Dualfuel - instalação simples - de 1650 a 2000 cv.

PENEIRAS VIBRATORIAS "SYMONS"... — para todos os trabalhos a sêco ou molhado.

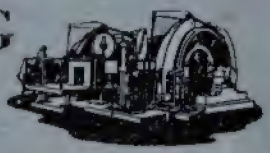


MOINHOS... — e outra maquinaria para todos os géneros de trabalhos pesados.

SEPARADORAS VIBRATÓRIAS "SYMONS"... — para trabalhos pesados.



INSTALAÇÕES DE ENERGIA "PACKAGED"... — de 10 a 45 cv. a 30 Kw — para geradoras de electricidade, bombagem e fornecimento directo de energia.



GUINDASTES PARA MINAS... — tanto para homens como para minério, em trabalhos com carvão ou metal em grande escala.

MOTORES MARÍTIMOS... — de 80 a 145 cv. para navios de pesca, rebocadores e barcos de recreio.

MAQUINARIA PARA A CONSERVAÇÃO DOS CAMINHOS DE FERRO... — uma gama muito completa de apetrechamento para a manutenção do material ferroviário, carris, etc.

A maquinaria NORDBERG está a servir eficientemente a indústria!

● Para os trabalhos de «todos os dias», pode confiar em absoluto em *qualquer tipo* de instalação que tenha a célebre marca NORDBERG. Escreva pedindo mais informes sobre o tipo de maquinaria que lhe interessa.

NORDBERG MFG. CO., Milwaukee, Wisconsin, U.S.A. TELEGRAMAS: *NORDBERG*

NORDBERG PELO MUNDO INTEIRO

LONDON
Brook-House, Park Lane

PARIS
8, rue du Boccador

JOHANNESBURG
P.O. Box 4139

MEXICO, D. F.
Dolores 3

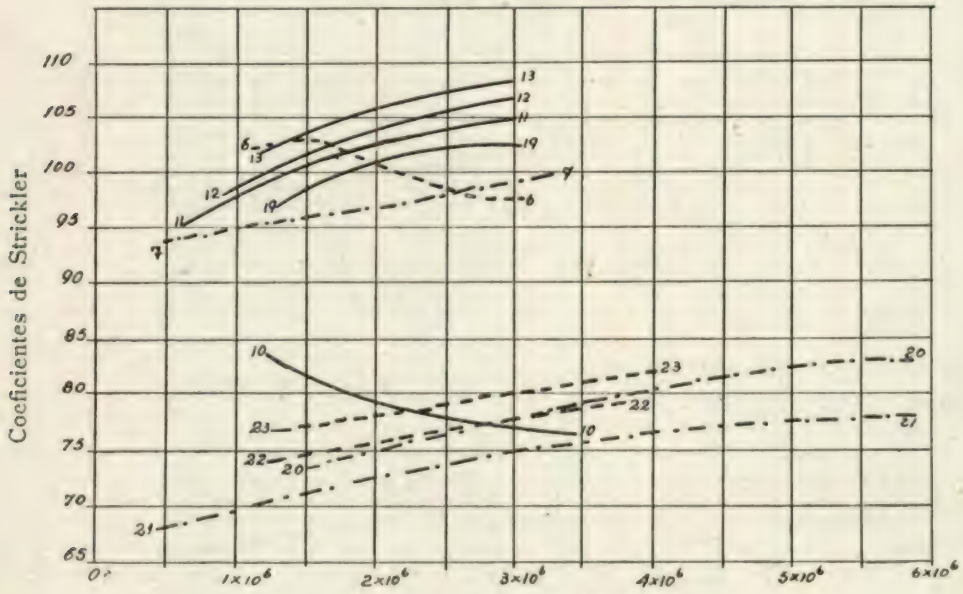
XAP-152-P

Representantes nas principais zonas comerciais do mundo inteiro

QUADRO N.º 2

N.os	Central	Diâmetro mm	Ligações		Estado das paredes	Juntas
			Chapas	Tubos		
1	Ackersand	800	soldad.	falanges	muito rugosas	lisas no interior
2	Barberine II	1198	»	soldad.	rugosas	»
3	»	1100	»	»	»	»
4	»	1050	»	»	»	»
5	Barberine I	1205	rebites (3)	rebites (2)	relativ. lisas	recobrimento
6	»	1100	soldad.	rebite (1)	lisas	manchões
7	»	1047	»	rebites (2)	»	rebites
8	Cavaglia (antes de revista)	1200	»	soldad.	rugosas	manchões soldados
9	»	1150	»	»	muito rugosas	»
10	»	1020	»	»	»	lisas no interior
11	Cavaglia (depois de revista)	1200	»	»	revistas há pouco	manchões soldados
12	»	1150	»	»	»	»
13	»	1020	»	»	lisas	lisas no interior
14	Lontsch	1200	—	falanges	—	»
15	»	1122	—	»	—	»
16	»	1052	—	»	—	»
17	Palú	1200	soldad.	soldad.	pouco rugosas	»
18	»	1125	»	»	»	»
19	»	1075	»	»	revistas há pouco	»
20	Rempen	2210	»	rebites (3)	relativ. lisas	manchões rebitados
21	»	2110	»	»	»	»
22	Vernayaz	1502	rebites (2)	rebite (1)	»	por recobrimento
23	»	1456	» (2)	» (1)	»	»
24	»	1413	» (2)	» (2)	»	»

Coeficientes de Strickler. Condutas metálicas de carácter rugoso (Experiências de Hoek)



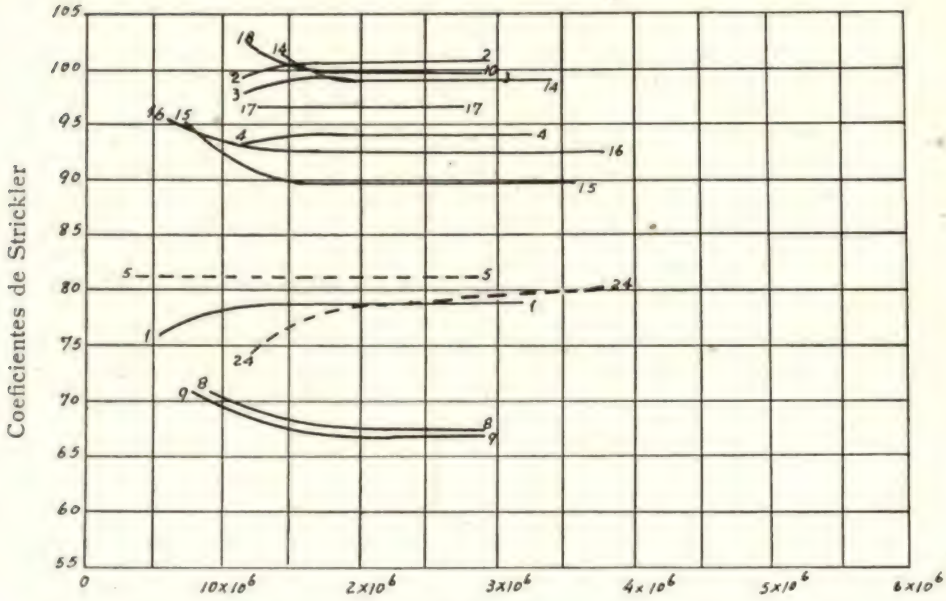
Números de Reynolds

——— Conduta inteiramente soldada
— — — — » transversal e longitudinalmente rebitada
—·—·—·— » com ligação transversal com rebites

Fig. 7

Coeficientes de Strickler.

Condutas metálicas de carácter liso e misto (6 e 10)
(Experiências de Hoek)

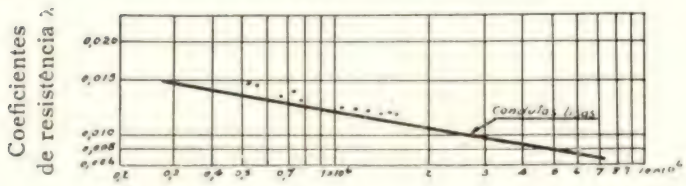


——— Condutas inteiramente soldadas
— — — — » rebitadas longitudinal e transversalmente

Fig. 8

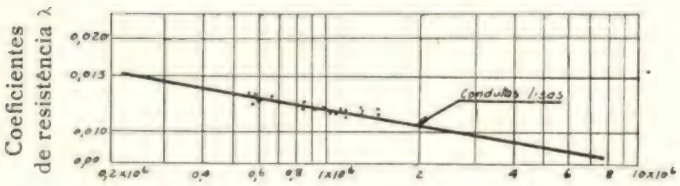
Factores de resistência λ
(Experiências de Barbe)

Conduta de chapa soldada, nova — D = 796,3 mm



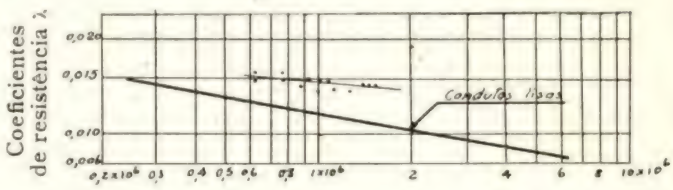
Números de Reynolds $R_e = \frac{v.D}{\nu}$

Conduta de ferro fundido com pintura betuminosa interior — D = 793,7 mm



Números de Reynolds $R_e = \frac{v.D}{\nu}$

Conduta de betão, nova — D = 797,6 mm

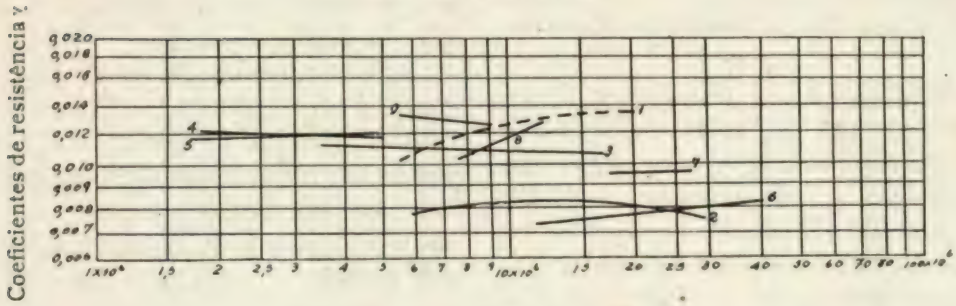


Números de Reynolds $R_e = \frac{v.D}{\nu}$

Fig. 9

Factores de resistência λ em galerias revestidas a betão (extraídos do quadro de Bradley e Wing)

Galerias americanas

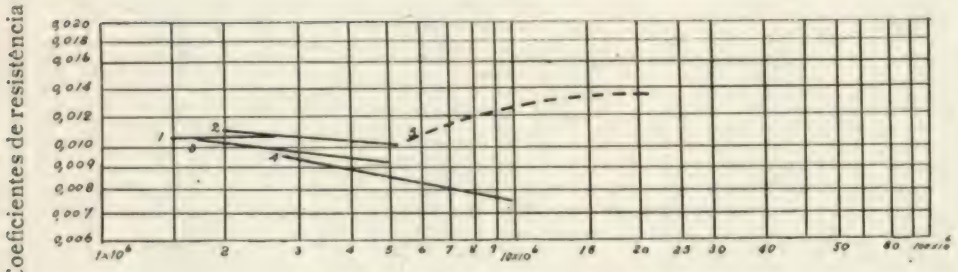


Números de Reynolds $R_e = \frac{v.D}{\nu}$

1 — Túnel Apalachia		D = 5,50 m
2 — » Ontário		D = 5,50 m
3 — » Chelan		D = 4,06 m
4 — Sifão Wallkil		D = 4,40 m
5 — » Rondoui		D = 4,40 m
6 — Túnel de Englewood		D = 3,30 m
7 — » » Germantown		D = 2,95 m
8 — Central de Melones		D = 3,60 m
9 — » » Pitt Dam n.º 1		D = 5,50 m

Fig. 10

Galerias italianas



Números de Reynolds $R_e = \frac{v.D}{\nu}$

N.º	Nomes	Diâmetros (m)	Comp.tos (m)	Velocidades (v)	Anos	Tipo da parede
1	Castelleto	2,40	1.543	0,80 — 1,28	10	Reboco alisado
2	Piavi	2,50	1.875	1,00 — 2,85	1	» »
3	Partidor	3,00	910	0,67 — 2,10	18	»
4	Livenza	3,80	4.220	0,84 — 2,00	2	»
5	Apalachia	5,50	6.516	1,30 — 3,85	Nova	Lisas, obtidas com cofragens metálicas

Fig. 11

Bradley e Wing, autores do estudo, os dois gráficos das figuras 10 e 11 que dão respectivamente os factores de resistência das galerias americanas e italianas, em comparação com os resultados já citados de Apalachia.

h) Comunicação à 3.ª reunião da Associação Internacional de Investigações sobre trabalhos hidráulicos, que teve lugar em Grenoble em 5, 6 e 7 de Setembro de 1949, subscrita por G. Remenieras. Indica os valores dos coeficientes para diferentes galerias não revestidas, como Portillon, Veneon, Poryus, etc.

Portillon $S = 3{,}14\ m^2 \rightarrow k_s = 30$
(a soleira está revestida)

Veneon $S = 5{,}81\ m^2 \rightarrow k_s = 26$

Poryus $S = 57{,}5\ m^2 \rightarrow k_s = 28$

e apresenta ábacos relativos à determinação da perda de carga.

i) No conhecido livro de Calame et Gaden, Teorie des Chambres d'Equilibre, estão indicadas as perdas de carga observadas em algumas galerias suíças de secção circular de betão simples ou rebocado, tanto em casos de escoamento livre, como sob pressão.

Nota — Pede-se o obséquio de aviso de qualquer erro verificado nas fórmulas ou tabelas apresentadas.

TABELA 1

λ, para diferentes D e K_s

$$\lambda = \frac{124{,}665}{K_s^2} D^{-0{,}333}$$

D \ K_s	0,3117 / $D^{0,333}$	0,1385 / $D^{0,333}$	0,07792 / $D^{0,333}$	0,04987 / $D^{0,333}$	0,03463 / $D^{0,333}$	0,02544 / $D^{0,333}$	0,02216 / $D^{0,333}$	0,01948 / $D^{0,333}$	0,01725 / $D^{0,333}$	0,01539 / $D^{0,333}$	0,01247 / $D^{0,333}$	0,01030 / $D^{0,333}$	0,008658 / $D^{0,333}$
	20	30	40	50	60	70	75	80	85	90	100	110	120
0.10	0,6710	0,2982	0,1677	0,1074	0,07455	0,05477	0,04771	0,04194	0,03714	0,03313	0,02684	0,02217	0,01864
0.20	0,5327	0,2367	0,1332	0,08523	0,05918	0,04348	0,03787	0,03329	0,02948	0,02630	0,02131	0,01760	0,01480
0.30	0,4654	0,2068	0,1164	0,07447	0,05171	0,03799	0,03309	0,02909	0,02576	0,02298	0,01862	0,01538	0,01293
0.40	0,4229	0,1879	0,1057	0,06766	0,04699	0,03452	0,03007	0,02643	0,02340	0.02088	0,01692	0,01397	0,01175
0.50	0,3926	0,1745	0,09815	0,06282	0,04362	0,03205	0,02791	0,02454	0,02173	0,01939	0,01571	0,01297	0,01091
0.60	0,3695	0,1642	0,09237	0,05912	0,04105	0,03016	0,02627	0,02309	0,02045	0,01820	0,01478	0,01221	0,01026
0.70	0,3510	0,1560	0,08775	0.05616	0,03900	0,02865	0,02495	0,02194	0,01943	0,01733	0,01404	0,01160	0,009750
0.80	0,3357	0,1492	0,08393	0,05372	0,03730	0,02740	0,02387	0,02098	0,01858	0,01658	0,01343	0,01109	0,009326
0.90	0,3228	0,1434	0,08070	0,05165	0,03587	0,02635	0,02295	0,02018	0,01787	0,01594	0,01292	0,01067	0,008967
1.00	0,3117	0,1385	0,07792	0,04987	0,03463	0,02544	0,02216	0,01948	0,01725	0,01539	0,01247	0,01030	0,008658
1.10	0,3020	0,1342	0,07549	0,04831	0,03355	0,02465	0,02147	0,01887	0,01671	0,01491	0,01208	0,009979	0,008388
1.20	0,2933	0,1303	0,07333	0,04693	0,03259	0,02394	0,02085	0,01833	0,01623	0,01448	0,01174	0,009693	0,008148
1.30	0,2856	0,1269	0,07140	0,04570	0,03173	0,02331	0,02031	0,01785	0,01581	0,01410	0,01143	0,009438	0,007934
1 40	0,2787	0,1238	0,06966	0,04458	0,03096	0,02274	0,01981	0,01741	0,01542	0,01376	0,01115	0,009208	0,007740
1.50	0,2723	0,1210	0,06808	0,04357	0,03026	0,02223	0,01936	0,01702	0,01507	0,01345	0,01089	0,008999	0,007564
1.60	0,2665	0,1184	0,06663	0,04265	0,02961	0,02175	0,01895	0,01666	0,01475	0,01316	0,01066	0,008809	0,007404
1.70	0,2612	0,1161	0,06530	0·04179	0,02902	0,02132	0,01857	0,01632	0,01446	0,01290	0,01045	0,008632	0,007256
1.80	0,2563	0,1139	0,06407	0,04100	0,02847	0,02092	0,01822	0,01602	0,01418	0,01265	0,01025	0,008469	0,007119
1.90	0,2517	0,1118	0,06292	0,04027	0,02797	0,02054	0,01790	0,01573	0,01393	0,01243	0,01007	0,008318	0,006992
2.00	0,2475	0,1100	0,06186	0,03959	0,02749	0,02020	0,01759	0,01547	0,01369	0,01222	0,009900	0,008177	0,006874
2.10	0,2435	0,1082	0,06086	0,03895	0,02705	0,01987	0,01731	0,01522	0,01347	0,01202	0,009740	0,008045	0,006762
2.20	0,2397	0,1065	0,05992	0,03835	0,02663	0,01956	0,01704	0,01498	0,01327	0,01184	0,009590	0,007921	0,006658
2.30	0,2362	0,1050	0,05905	0,03779	0,02624	0,01928	0,01679	0,01476	0,01307	0,01166	0,009450	0,007805	0,006561
2.40	0,2329	0,1035	0,05821	0,03726	0,02587	0,01901	0,01656	0,01455	0,01289	0,01150	0,009316	0,007695	0,006468
2.50	0,2297	0,1021	0,05743	0,03676	0,02552	0,01875	0,01633	0,01436	0,01271	0,01134	0,009191	0,007591	0,006381
2.60	0,2268	0,1008	0,05669	0,03628	0,02519	0,01851	0,01612	0,01417	0,01255	0,01120	0,009072	0,007493	0,006299
2.70	0,2239	0,09950	0,05598	0,03583	0,02488	0,01828	0,01592	0,01399	0,01239	0,01106	0,008958	0,007399	0,006220
2.80	0.2212	0,09830	0,05530	0,03539	0,02458	0,01806	0,01573	0,01383	0,01224	0,01092	0,008850	0,007310	0,006145
2.90	0,2187	0,09716	0,05466	0,03498	0,02429	0,01785	0,01555	0,01367	0,01210	0,01080	0,008748	0,007226	0,006074
3.00	0,2162	0,09607	0,05405	0,03459	0,02402	0,01765	0,01537	0,01351	0,01197	0,01067	0,008650	0,007144	0,006005
3.10	0,2138	0,09502	0,05346	0,03421	0,02376	0,01745	0,01520	0,01336	0,01183	0,01056	0,008555	0,007066	0,005940
3.20	0,2116	0,09403	0,05290	0,03386	0,02351	0,01727	0,01504	0,01322	0,01171	0,01045	0,008466	0,006993	0,005878
3.30	0,2094	0,09307	0,05236	0,03351	0,02327	0,01709	0,01489	0,01309	0,01159	0,01034	0,008379	0,006921	0,005818
3.40	0,2074	0,09214	0,05184	0,03318	0,02304	0,01693	0,01474	0,01296	0,01148	0,01024	0,008296	0,006853	0,005760
3.50	0,2054	0,09126	0,05134	0,03286	0,02282	0,01676	0,01460	0,01284	0,01137	0,01014	0,008216	0,006787	0,005705
3.60	0,2035	0,09040	0,05086	0,03255	0,02260	0,01661	0,01446	0,01272	0,01126	0,01005	0,008140	0,006723	0,005651
3.70	0,2016	0,08959	0,05040	0,03226	0,02240	0,01646	0 01433	0,01260	0,01116	0,009955	0,008066	0,006662	0,005600
3.80	0,1998	0,08879	0,04996	0,03197	0,02220	0,01631	0,01421	0,01249	0,01106	0,009867	0,007995	0,006603	0,005551
3.90	0,1981	0,08803	0,04952	0,03170	0,02201	0,01617	0,01408	0,01238	0,01096	0,009781	0,007926	0,006546	0,005503
4.00	0,1964	0,08729	0,04911	0,03143	0,02183	0,01603	0,01397	0,01228	0,01087	0,009699	0,007859	0,006491	0,005456

TABELA 2 — STRIKLER

$$J = m\ Q^2$$

$$j = \frac{10{,}3}{K^2}\ D^{-5{,}333}\ Q^2$$

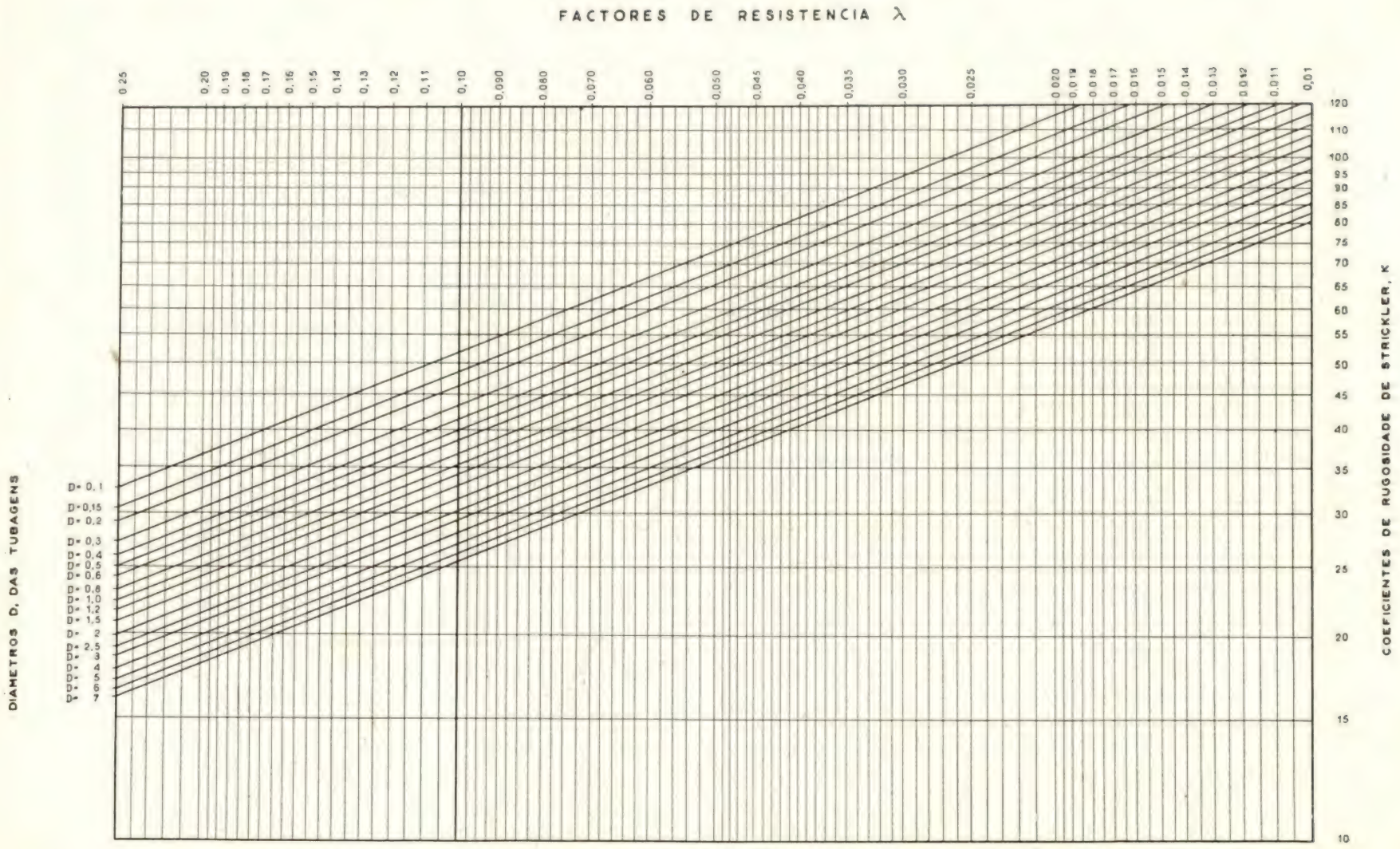
Ks / D	$\frac{25{,}750}{D^{5{,}333}}$	$\frac{11{,}444}{D^{5{,}333}}$	$\frac{6{,}438}{D^{5{,}333}}$	$\frac{4{,}120}{D^{5{,}333}}$	$\frac{2{,}861}{D^{5{,}333}}$	$\frac{2{,}102}{D^{5{,}333}}$	$\frac{1{,}831}{D^{5{,}333}}$	$\frac{1{,}609}{D^{5{,}333}}$	$\frac{1{,}426}{D^{5{,}333}}$	$\frac{1{,}272}{D^{5{,}333}}$	$\frac{1{,}030}{D^{5{,}333}}$	$\frac{0{,}851}{D^{5{,}333}}$	$\frac{0{,}715}{D^{5{,}333}}$
	20	30	40	50	60	70	75	80	85	90	100	110	120
0.10	5543354,4	2463617,4	1385946,2	886936,7	615904,3	452509,9	394170,2	346378,9	306983,4	273830,9	221734,2	183199,8	153922,3
0.20	137524,0	61119,4	34383,7	22003,8	15279,9	11226,2	9778,89	8593,25	7615,89	6793,42	5500,96	4544,97	3818,63
0.30	15822,8	7032,0	3956,00	2531,65	1758,02	1291,63	1125,11	988,693	876,244	781,615	632,911	522,920	439,351
0.40	3411,86	1516,32	853,031	545,898	379,081	278,514	242,606	213,192	188,944	168,539	136,474	112,625	94,7370
0.50	1037,930	461,284	259,503	166,069	115,321	84,7273	73,8039	64,8555	57,4791	51,2717	41,5172	34,3021	28,8201
0.60	392,554	174,462	98,1462	62,8087	43,6155	32,0446	27,9133	24,5289	21,7391	19,3914	15,7022	12,9734	10,9001
0.70	172,529	76,6767	43,1357	27,6047	19,1692	14,0838	12,2680	10,7806	9,5544	8,5226	6,9012	5,7018	4,7906
0.80	84,6455	37,6187	21,1630	13,5433	9,4047	6,9097	6,0189	5,2891	4,6877	4,1813	3,3858	2,7974	2,3503
0.90	45,1651	20,0726	11,2922	7,2264	5,0182	3,6869	3,2115	2,8222	2,5012	2,2311	1,8066	1,4926	1,2541
1.00	25,7500	11,4440	6,4380	4,1200	2,8610	2,1020	1,8310	1,6090	1,4260	1,2720	1,0300	0,8510	0,7150
1.10	15,4897	6,8840	3,8727	2,4783	1,7210	1,2644	1,1014	0,9679	0,8578	0,7652	0,6196	0,5119	0,4301
1.20	9,7387	4,3281	2,4349	1,5582	1,0820	0,7950	0,6925	0,6085	0,5393	0,4811	0,3895	0,3218	0,2741
1.30	6,3550	2,8244	1,5889	1,0168	0,7061	0,5188	0,4519	0,3971	0,3519	0,3139	0,2542	0,2100	0,1765
1.40	4,2803	1,9023	1,0702	0,6849	0,4756	0,3494	0,3044	0,2675	0,2370	0,2114	0,1712	0,1415	0,1189
1.50	2,9627	1,3167	0,7407	0,4740	0,3292	0,2418	0,2107	0,1851	0,1641	0,1463	0,1185	0,09791	0,08226
1.60	2,1000	0,9333	0,5250	0,3360	0,2333	0,1714	0,1493	0,1312	0,1163	0,1037	0,08400	0,06940	0,05831
1.70	1,5198	0,6754	0,3800	0,2432	0,1689	0,1241	0,1081	0,09497	0,08416	0,07508	0,06079	0,05023	0,04220
1.80	1,1205	0,4980	0,2801	0,1793	0,1245	0,09147	0,07967	0,07001	0,06205	0,05535	0,04482	0,03703	0,03111
1.90	0,8398	0,3732	0,2100	0,1344	0,09331	0,06856	0,05972	0,05248	0,04651	0,04149	0,03359	0,02776	0,02332
2.00	0,6388	0,2839	0,1597	0,1022	0,07098	0,05215	0,04543	0,03992	0,03538	0,03156	0,02555	0,02111	0,01774
2.10	0,4925	0,2189	0,1231	0,07880	0,05472	0,04020	0,03502	0,03077	0,02727	0,02433	0,01970	0,01628	0,01367
2.20	0,3843	0,1708	0,09608	0,06148	0,04270	0,03137	0,02732	0,02401	0,02128	0,01898	0,01537	0,01270	0,01067
2.30	0,3032	0,1347	0,07580	0,04851	0,03368	0,02475	0,02156	0,01894	0,01679	0,01498	0,01213	0,01002	0,008418
2.40	0,2416	0,1074	0,06041	0,03866	0,02684	0,01972	0,01718	0,01510	0,01338	0,01193	0,009664	0,007985	0,006709
2.50	0,1943	0,08637	0,04859	0,03109	0,02159	0,01586	0,01382	0,01214	0,01076	0,009600	0,007774	0,006423	0,005396
2.60	0,1577	0,07007	0,03942	0,02523	0,01752	0,01287	0,01121	0,009852	0,008731	0,007788	0,006307	0,005211	0,004378
2.70	0,1289	0,05729	0,03223	0,02063	0,01432	0,01052	0,009167	0,008055	0,007139	0,006368	0,005157	0,004261	0,003580
2.80	0,1062	0,04719	0,02655	0,01699	0,01180	0,008668	0,007551	0,006635	0,005881	0,005246	0,004248	0,003509	0,002949
2.90	0,08807	0,03914	0,02202	0,01409	0,009785	0,007189	0,006262	0,005503	0,004877	0,004350	0,003523	0,002910	0,002445
3.00	0,07350	0,03267	0,01838	0,01176	0,008166	0,006000	0,005226	0,004593	0,004070	0,003631	0,002940	0,002429	0,002041
3.10	0,06171	0,02743	0,01543	0,009873	0,006856	0,005037	0,004388	0,003856	0,003417	0,003048	0,002468	0,002039	0,001713
3.20	0,05210	0,02315	0,01303	0,008336	0,005788	0,004253	0,003704	0,003255	0,002855	0,002573	0,002084	0,001722	0,001447
3.30	0,04421	0,01965	0,01105	0,007074	0,004912	0,003609	0,003144	0,002763	0,002448	0,002184	0,001768	0,001461	0,001228
3.40	0,03771	0,01676	0,009427	0,006033	0,004189	0,003078	0,002681	0,002356	0,002088	0,001863	0,001508	0,001246	0,001047
3.50	0,03230	0,01436	0,008077	0,005169	0,003589	0,002637	0,002297	0,002019	0,001789	0,001596	0,001292	0,001068	0,0008970
3.60	0,02780	0,01235	0,006950	0,004448	0,003089	0,002269	0,001977	0,001737	0,001539	0,001373	0,001112	0,0009187	0,0007719
3.70	0,02402	0,01067	0,006005	0,003843	0,002669	0,001961	0,001708	0,001501	0,001330	0,001186	0,0009607	0,0007938	0,0006669
3.80	0,02084	0,009260	0,005209	0,003334	0,002315	0,001701	0,001482	0,001302	0,001154	0,001029	0,0008334	0,0006886	0,000578
3.90	0,01814	0,008062	0,004535	0,002902	0,002015	0,001481	0,001290	0,001133	0,001005	0,0008961	0,0007256	0,0005995	0,0005037
4.00	0,01585	0,007044	0,003963	0,002536	0,001761	0,001294	0,001127	0,0009903	0,0008777	0,0007829	0,0006340	0,0005238	0,0004401

TABELA 3 — STRICKLER

$$J = m, \; V^2$$

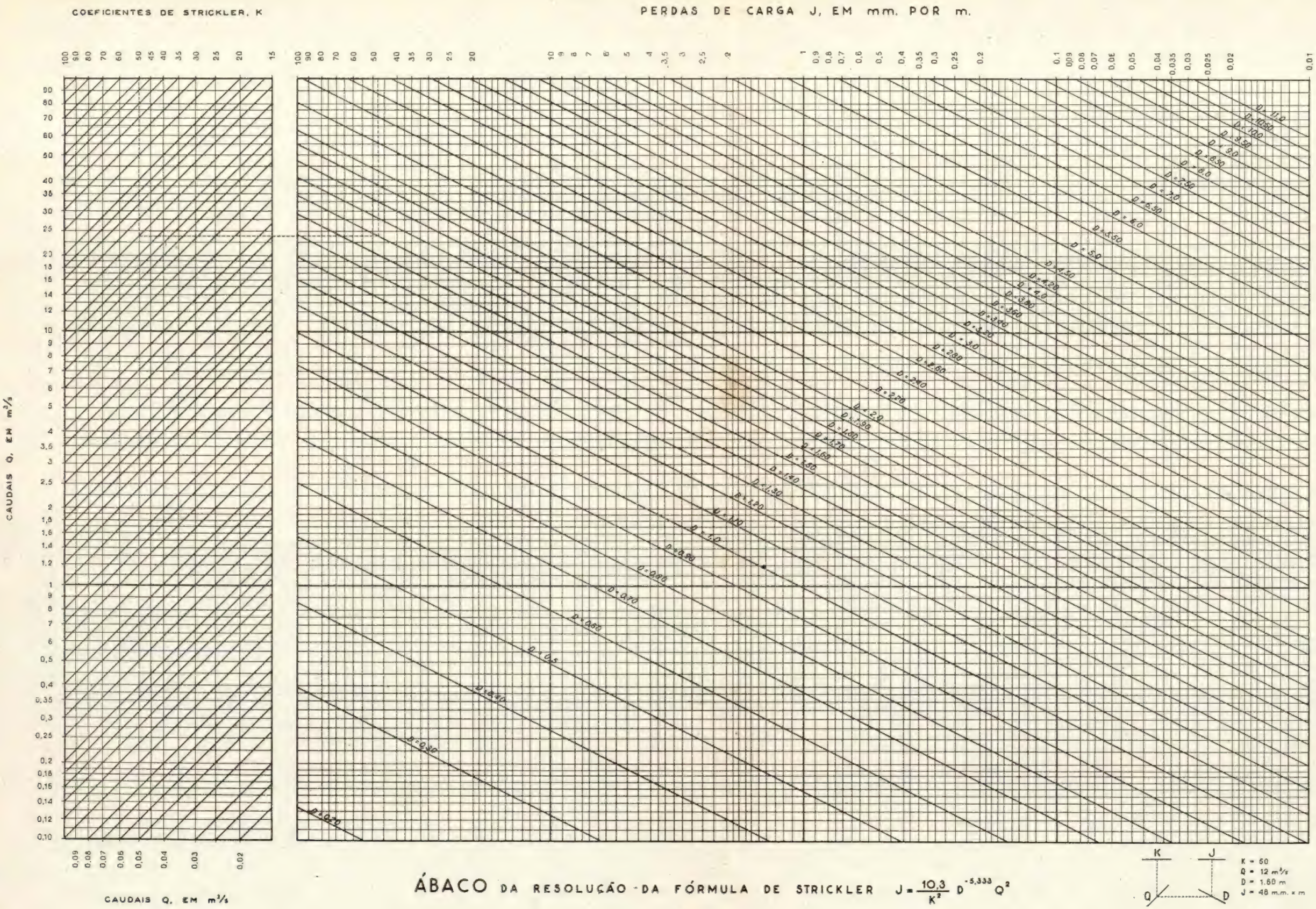
$$j = \frac{6{,}354}{K^2} \, D^{-1{,}333} \, V^2$$

D \ K_s	15,889 / $D^{1,333}$	7,060 / $D^{1,333}$	3,971 / $D^{1,333}$	2,542 / $D^{1,333}$	1,765 / $D^{1,333}$	1,297 / $D^{1,333}$	1,133 / $D^{1,333}$	0,993 / $D^{1,333}$	0,879 / $D^{1,333}$	0,784 / $D^{1,333}$	0,635 / $D^{1,333}$	0,525 / $D^{1,333}$	0,441 / $D^{1,333}$
	20	30	40	50	60	70	75	80	85	90	100	110	120
0.10	342,067	151,991	85,4898	54,7255	37,9978	27,9225	24,3272	21,3778	18,9236	16,8783	13,6706	11,3025	9,4941
0.20	135,780	60,3316	33,9344	21,7228	15,0829	11,0836	9,6565	8,4857	7,5115	6,6997	5,4264	4,4864	3,7686
0.30	79,0852	35,1401	19,7651	12,6524	8,7850	6,4556	5,6244	4,9425	4,3751	3,9022	3,1606	2,6731	2,1950
0.40	53,8957	23,9476	13,4697	8,6225	5,9869	4,3994	3,8330	3,3683	2,9816	2,6594	2,1539	1,7808	1,4959
0.50	40,0529	17,7968	10,0101	6,4079	4,4492	3,2695	2,8485	2,5032	2,2158	1,9763	1,6007	1,3234	1,1117
0.60	31,3919	13,9484	7,8455	5,0222	3,4871	2,5625	2,2325	1,9619	1,7366	1,5489	1,2546	1,0372	0,8713
0.70	25,5610	11,3576	6,3882	4,0894	2,8394	2,0865	1,8179	1,5975	1,4141	1,2612	1,0215	0,8445	0,7094
0.80	21,3933	9,5057	5,3466	3,4226	2,3764	1,7463	1,5215	1,3370	1,1835	1,0556	0,8550	0,7069	0,5938
0.90	18,2849	8,1246	4,5698	2,9253	2,0311	1,4926	1,3004	1,1427	1,0115	0,9022	0,7307	0,6042	0,5075
1.00	15,8890	7,0600	3,9710	2,5420	1,7650	1,2970	1,1300	0,9930	0,8790	0,7840	0,6350	0,5250	0,4410
1.10	13,9930	6,2175	3,4971	2,2387	1,5544	1,1422	0,9952	0,8745	0,7741	0,6904	0,5592	0,4624	0,3884
1.20	12,4610	5,5368	3,1143	1,9936	1,3842	1,0172	0,8862	0,7788	0,6894	0,6149	0,4980	0,4117	0,3459
1.30	11,1997	4,9764	2,7990	1,7918	1,2447	0,9142	0,7965	0,6999	0,6196	0,5526	0,4476	0,3701	0,3108
1.40	10,1462	4,5083	2,5358	1,6232	1,1271	0,8282	0,7216	0,6341	0,5613	0,5006	0,4055	0,3352	0,2816
1.50	9,2550	4,1123	2,3130	1,4807	1,0281	0,7555	0,6582	0,5784	0,5120	0,4567	0,3699	0,3058	0,2569
1.60	8,4918	3,7732	2,1223	1,3586	0,9433	0,6932	0,6039	0,5307	0,4698	0,4190	0,3394	0,2806	0,2357
1.70	7,8325	3,4802	1,9575	1,2531	0,8701	0,6394	0,5570	0,4895	0,4333	0,3865	0,3130	0,2588	0,2174
1.80	7,2579	3,2249	1,8139	1,1612	0,8062	0,5925	0,5162	0,4536	0,4015	0,3581	0,2901	0,2398	0,2014
1.90	6,7532	3,0001	1,6878	1,0804	0,7502	0,5513	0,4803	0,4221	0,3736	0,3332	0,2699	0,2231	0,1874
2.00	6,3069	2,8024	1,5762	1,0090	0,7006	0,5148	0,4485	0,3942	0,3489	0,3112	0,2521	0,2084	0,1750
2.10	5,9098	2,6269	1,4770	0,9455	0,6565	0,4824	0,4203	0,3693	0,3269	0,2916	0,2362	0,1953	0,1640
2.20	5,5546	2,4681	1,3882	0,8887	0,6170	0,4534	0,3950	0,3471	0,3073	0,2741	0,2220	0,1835	0,1542
2.30	5,2349	2,3260	1,3083	0,8375	0,5815	0,4273	0,3723	0,3272	0,2896	0,2583	0,2092	0,1730	0,1453
2.40	4,9463	2,1978	1,2362	0,7913	0,5495	0,4038	0,3518	0,3091	0,2736	0,2441	0,1977	0,1634	0,1373
2.50	4,6843	2,0814	1,1707	0,7494	0,5203	0,3824	0,3331	0,2927	0,2591	0,2311	0,1872	0,1548	0,1300
2.60	4,4457	1,9754	1,1111	0,7112	0,4938	0,3629	0,3162	0,2778	0,2459	0,2194	0,1776	0,1469	0,1234
2.70	4,2276	1,8785	1,0566	0,6764	0,4696	0,3451	0,3007	0,2642	0,2339	0,2086	0,1690	0,1397	0,1173
2.80	4,0275	1,7896	1,0066	0,6443	0,4474	0,3288	0,2864	0,2517	0,2228	0,1987	0,1610	0,1331	0,1118
2.90	3,8434	1,7077	0,9605	0,6149	0,4269	0,3137	0,2733	0,2402	0,2126	0,1896	0,1536	0,1270	0,1067
3.00	3,6736	1,6323	0,9181	0,5877	0,4081	0,2999	0,2613	0,2296	0,2032	0,1813	0,1468	0,1214	0,1020
3.10	3,5165	1,5625	0,8789	0,5626	0,3906	0,2870	0,2501	0,2198	0,1945	0,1735	0,1405	0,1162	0,09760
3.20	3,3708	1,4978	0,8424	0,5393	0,3744	0,2752	0,2397	0,2107	0,1865	0,1663	0,1347	0,1114	0,09356
3.30	3,2353	1,4376	0,8086	0,5176	0,3594	0,2641	0,2301	0,2022	0,1790	0,1596	0,1293	0,1069	0,08980
3.40	3,1091	1,3815	0,7770	0,4974	0,3454	0,2538	0,2211	0,1943	0,1720	0,1534	0,1243	0,1027	0,08629
3.50	2,9913	1,3291	0,7476	0,4786	0,3323	0,2442	0,2127	0,1869	0,1655	0,1476	0,1195	0,09884	0,08302
3.60	2,8810	1,2801	0,7200	0,4609	0,3200	0,2352	0,2049	0,1801	0,1594	0,1422	0,1151	0,09519	0,07996
3.70	2,7777	1,2342	0,6942	0,4444	0,3086	0,2267	0,1975	0,1736	0,1537	0,1371	0,1110	0,09177	0,07710
3.80	2,6807	1,1911	0,6700	0,4289	0,2978	0,2188	0,1906	0,1675	0,1483	0,1323	0,1071	0,08858	0,07440
3.90	2,5894	1,1506	0,6472	0,4143	0,2876	0,2114	0,1842	0,1618	0,1433	0,1278	0,1035	0,08556	0,07187
4.00	2,5035	1,1124	0,6257	0,4005	0,2781	0,2044	0,1780	0,1565	0,1385	0,1235	0,1001	0,08272	0,06948



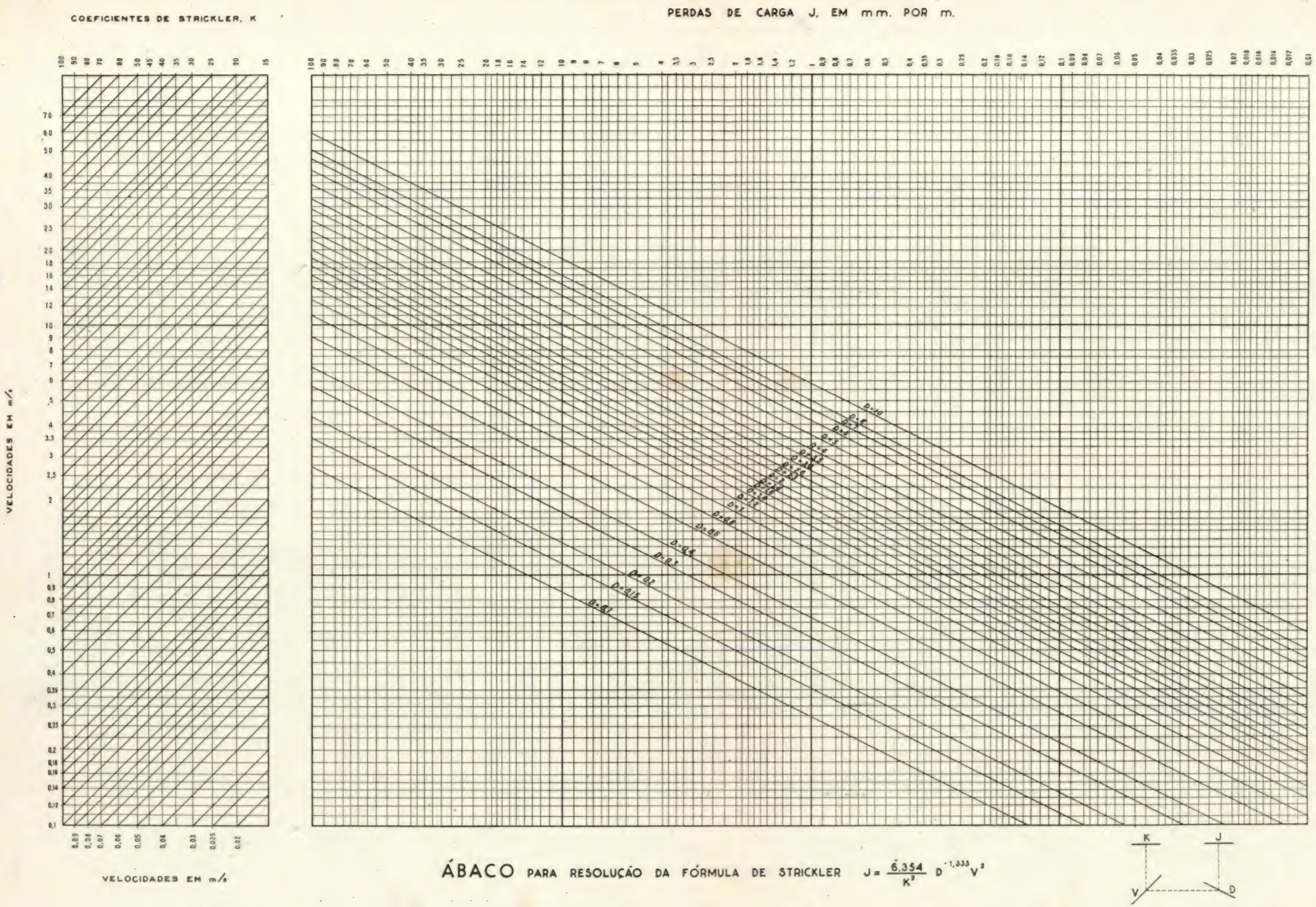
ÁBACO CARTESIANO RELATIVO À FÓRMULA $\lambda = \frac{124,665}{K^2 \times D^{0,333}}$

Fig. 12



ÁBACO DA RESOLUÇÃO DA FÓRMULA DE STRICKLER $J = \frac{10,3}{K^2} D^{-5,333} Q^2$

Fig. 13



ÁBACO PARA RESOLUÇÃO DA FÓRMULA DE STRICKLER $J = \frac{6{,}354}{K^2} D^{-1{,}333} V^2$

Fig. 14

DO MUNDO TÉCNICO

Resolução rápida de equações de alto grau

Por D. B. STEINMAN, «Civil Engineering»

Setembro 1950 e Fevereiro 1951

C. D. 512.37

O grande interesse despertado pelo pequeno artigo sobre resolução de equações (1) levou o autor a procurar explicar mais detalhadamente o seu método, e a apresentar um outro.

Como se viu, a raiz real duma equação é dada por uma série convergente, convergência essa porém, que pode ser oscilatória, quere dizer, obter-se sucessivamente valores maiores e menores que o limite, mas com diferenças sucessivamente decrescentes. No caso de não se obter convergência, ou uma convergência muito lenta, há que transformar a equação numa outra, em que o mesmo não aconteça, aplicando-se então o algorítmo do autor. As transformações que convém fazer pertencem a um dos tipos $y = \frac{1}{x}$, $y = k\,x$ ou $y = x + k$.

Se a equação tiver mais que uma raiz real, a aplicação directa do método conduz à determinação da maior; operando com a transformação $y = \frac{1}{x}$, determina-se a menor. Encontrada uma das raizes x_1, divide-se a expressão $f(x) = 0$ por $(x - x_1)$ repetindo as operações para determinar as outras.

O método consiste, resumidamente, no seguinte: Dada uma equação algébrica, por exemplo $x^3 = ax^2 + bx + c$, são valores aproximados da raiz, sucessivamente

$$
\begin{aligned}
r_1 &= x = a & &= a \\
r_2 &= x^2 = a\,x + b & &= a\,r_1 + b \\
r_3 &= x^3 = a\,x^2 + b\,x + c & &= a\,r_2 + b\,r_1 + c \\
r_4 &= x^4 = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x & &= a\,r_3 + b\,r_2 + c\,r_1 \\
r_5 &= x^5 = a\,x^4 + b\,x^3 + c\,x^2 & &= a\,r_4 + b\,r_3 + c\,r_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

isto é, supõe-se que, na equação dada, as parcelas do 2.º membro têm importância sucessivamente menor. Acontece que, coeficientes crescentes e diferenças de sinal na expressão do 2.º membro podem introduzir grandes perturbações na exactidão desta hipótese, a ponto de evitarem a convergência. Um caso extremo é o representado por falta do 2.º termo ($a = 0$). Em tais casos, uma simples transformação da equação a resolver, elimina a dificuldade (é o caso do processo indicado para extracção de raizes).

O método do autor conduz a resultados mais ràpidamente que o de Newton, e é mais rápido e simples que qualquer outro método conhecido. A única desvantagem é a transformação exigida da equação, nalguns casos.

É sempre possível chegar a, ou procurar, problemas contendo relações desfavoráveis, em que um determinado processo se afigure desvantajoso. Até agora o autor não encontrou nenhum problema que não possa ser vantajosamente resolvido pelo seu método. Os mais difíceis problemas propostos pelos leitores são resolvidos nos exemplos a seguir apresentados.

Para aplicação do método há algumas vezes necessidade de conhecer um valor aproximado da raiz, que se obtém pelos processos ensinados na cadeira de Matemáticas Gerais. Assim, para achar um valor aproximado da raiz da equação $x^3 - 14\,x - 12 = 0$, a seguir apresentada, estuda-se a variação aproximada da função $y = x^3 - 14\,x - 12$, que corta o eixo dos y no ponto -12; para $x = \pm\infty$ é $y = \pm\infty$, o que indica que a equação tem uma raiz positiva. Para achar os limites entre os quais se encontra a raiz, experimenta-se sucessivamente,

(1) Ver «Técnica» n.º 211, Abril, 1951.

pela regra de Ruffini, os valores que toma a função para os sucessivos valores inteiros de x, até encontrar dois consecutivos para os quais a função muda de sinal. Teremos:

		1	0	— 14	— 12	
x = 1	1)		1	1	— 13	
		1	1	— 13	— 25	(negativo)
		1	0	— 14	— 12	
x = 2	2)		2	4	— 24	
		1	2	— 12	— 36	(negativo)
		1	0	— 14	— 12	
x = 3	3)		3	9	— 15	
		1	3	— 5	— 27	(negativo)
		1	0	— 14	— 12	
x = 4	4)		4	+ 16	8	
		1	4	+ 2	— 4	(negativo)
		1	0	— 14	— 12	
x = 5	5)		5	25	45	
		1	5	9	+ 33	(positivo)

A raiz procurada está entre 4 e 5, e mais próxima do primeiro valor.

Vejamos, então, os exemplos de aplicação do método.

Exemplo 1 — Resolver a equação $x^3 - 14\,x - 12 = 0$.

Neste caso, como o 2° termo não existe, é necessário, para obter convergência, fazer a transformação $x = 4 + \frac{1}{y}$, sendo 4 um valor aproximado da raiz, prèviamente determinado. Esta transformação é ràpidamente obtida pela divisão sintética abaixo indicada, que fàcilmente se compreende.

	1	0	— 14	— 12
4)		4	16	8
	1	4	2	— 4
		4	32	
	1	8	34	
		4		
	1	12		

Resulta

$$-4\,y^3 + 34\,y^2 + 12\,x + 1 = 0$$

ou

$$y^3 = 8{,}5\,y^2 + 3\,y + 0{,}25$$

Operando como se indicou no artigo anterior, resulta

8,5	72,25	.....
	3	.....
		0,25
r = 8,5	75,25	.....

$$x = 4 + \frac{8{,}5}{75{,}25} = 4{,}113$$

Exemplo 2 — Resolver a equação $x^4 = -14\,x^3 + 478\,x^2 - 686\,x - 2401$.

Neste caso, os coeficientes aumentam ràpidamente, e a transformação é necessária para obter uma rápida convergência. Verifica-se que a raiz está entre 14 e 15. Faz-se $x = 14 + \frac{1}{y}$, resultando

	1	14	— 478	686	2401
		14	392	— 1204	— 7252
	1	28	— 86	— 518	— 4851
14)		14	588	7028	
	1	42	502	6510	
		14	784		
	1	56	1286		
		14			
	1	70			

$$-4851\,y^4 + 6510\,y^3 + 1286\,y^2 + 70\,y + 1 = 0$$

ou

$$y^4 = 1{,}341\,y^3 + 0{,}264\,y^2 + 0{,}0144\,y + 0{,}0002$$

e vem, finalmente,

1,341	1,800	2,775	...
	0,264	0,354	...
		0,0144	0,0002
r = 1,341	2,064	3,1434	...

$$x = 14 + \frac{2{,}064}{3{,}1434} = 14{,}657$$

Nenhum outro método dá este resultado (com 5 algarismos significativos) tão rápidamente.

Exemplo 3 — Para resolver a equação $x^3 = 4{,}2\ x^2 - 30{,}9\ x + 293$ cuja raiz está entre 6 e 7, faz-se $x = 6 + \frac{1}{y}$ e vem $42{,}8\ y^3 = 88{,}5\ y^2 + 13{,}8\ y + 1$ ou $y^3 = 2{,}07\ y^2 + 0{,}322\ y + 0{,}023$ donde

2,07	4,285	9,536
	0,322	0,665
		0,023
r = 2,07	4,607	10,224

$$x = 6 + \frac{4{,}607}{10{,}224} = 6{,}451$$

Exemplo 4 — Resolver a equação $8\ x^3 = 9\ x^2 - 1$.

Esta equação tem a raiz $x = 1$. Dividindo por $x - 1$, vem

	8	− 9	0	1
1)		8	− 1	− 1
	8	− 1	− 1	0

$$8\ x^2 = x + 1$$

Esta equação pode ser resolvida pelo método clássico ou pelo algoritmo do autor (fazendo $y = x + 1$ ou $y = x - 1$) obtendo-se

$$x_1 = 0{,}4215 \qquad x^2 = -0{,}2965 \qquad \left(x_1 + x_2 = \frac{9}{8};\ x_1\ x_2 = -\frac{1}{8}\right)$$

Exemplo 5 — Resolver a equação $4\ x^3 = 18\ x^2 - 20\ x + 3$.

Aplicando directamente o método obtém-se $x_1 = 2{,}823$, tendo a equação ainda as raizes $x_2 = 1{,}5$ e $x_3 = 0{,}177$.

Exemplo 6 — Para resolver a equação $x^3 - 100\ x - 150 = 0$, afim de obter os coeficientes em ordem decrescente, faz-se $x = 10\ y$, vindo $y^3 - y - 0{,}15 = 0$. Para proporcionar o 2.º termo, que falta nesta equação, faz-se $y = z - 1$, usando a divisão sintética

	1	0	− 1	− 0,15
1)		− 1	1	0
	1	− 1	0	− 0,15
		− 1	2	
	1	− 2	2	
		− 1		
	1	− 3		

Vem $z^3 = 3\ z^2 - 2\ z + 0{,}15$, obtendo-se pelo processo do autor, $z = 2{,}07$. Portanto é $x = 10\ z - 10 = 10{,}7$. Para obter as outras raizes, divide-se $f(x)$ por $x - 10{,}7$:

	1	0	− 100	− 150
10,7)		10,7	114	150
	1	10,7	14	0

Vem $x^2 + 10{,}7\ x + 14 = 0$; aplicando o algorítmo obtem-se $x = -9{,}17$, e como a soma das três raízes deve ser igual ao coeficiente (zero) de x^2, a terceira raiz é $x = -1{,}53$. Para verificação, o produto das três raízes é igual ao termo independente (150) da equação dada.

Exemplo 7 — Um leitor propôs a equação cúbica seguinte que lhe apareceu no cálculo duma estrutura $x^3 = 46{,}35\,x^2 - 361{,}5\,x - 1400$.

Aplicando o algorítmo resulta $x_1 = 34{,}81$. Dividindo por $(x - 34{,}81)$ utilizando a regra de Ruffini, vem:

	1	−46,35	+361,5	+1 400
34,81)		34,81	−401,7	−1 400
	1	−11,54	−40,2	0

ou seja $x^2 = 11{,}54\,x + 40{,}2$. Aplicando outra vez o algorítmo, a esta equação do 2.º grau, resulta $x_2 = 14{,}344$. A soma das três raízes é igual ao 1.º coeficiente 46,35, portanto $x_3 = -2{,}804$.

Utilizando o processo indicado no princípio para achar valores aproximados desta equação, verifica-se que uma das raízes está entre 14 e 15 e outra entre 34 e 35.

2.º MÉTODO

Dada uma equação algébrica de qualquer grau $y = f(x) = 0$ sob a forma $m\,x^n = a\,x^{n-1} + b\,x^{n-2} + c\,x^{n-3} + d\,x^{n-4} + \ldots\ldots$

Pode escrever-se

$$x = \frac{1}{m}\left(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{d}{x^3} + \ldots\ldots\right)$$

ou

$$f(x) = x - \frac{1}{m}\left(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{d}{x^3} + \ldots\ldots\right)$$

Segundo o método das tangentes de Newton, o valor da raiz x_1 da equação, conhecido um valor aproximado x_0 é

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Como é

$$f(x_0) = x_0 - \frac{1}{m}\left(a + \frac{b}{x_0} + \frac{c}{x_0^2} + \frac{d}{x_0^3} + \ldots\ldots\right)$$

$$f'(x_0) = 1 - \frac{1}{m}\left(-\frac{b}{x_0^2} - \frac{2\,c}{x_0^3} - \frac{3\,d}{x_0^4} - \ldots\ldots\right)$$

resulta, substituindo,

$$x_1 = \frac{a + \dfrac{2\,b}{x_0} + \dfrac{3\,c}{x_0^2} + \dfrac{4\,d}{x_{03}} + \ldots\ldots}{m + \dfrac{b}{x_0^2} + \dfrac{2\,c}{x_0^3} + \dfrac{3\,d}{x_0^4} + \ldots\ldots}$$

Repetindo as operações indicadas nesta fórmula obtém-se o valor da raiz com o necessário grau de precisão. Para fins de projectos de engenharia, uma só aplicação da expressão é suficiente. Esta expressão é geral, e fornece o valor procurado mais ràpidamente que qualquer outro método conhecido.

Exemplo 1 — Resolver a equação $x^2 = 3\,x - 0{,}5$, de que se conhece o valor aproximado da raiz $x_0 = 3$

Vem

$$x_1 = \frac{3 - \dfrac{1}{3}}{1 - \dfrac{0{,}5}{9}} = 2{,}823$$

Exemplo 2 — $x^3 = 2\,x^2 + 4\,x - 1$; $x_0 = 4$

$$x_1 = \frac{3 + \dfrac{8}{4} - \dfrac{3}{16}}{1 + \dfrac{4}{16} - \dfrac{2}{64}} = 3{,}949$$

Exemplo 3 — $x^4 = 5x^3 + 2$; $x_0 = 5$

$$x_1 = \frac{5 + \frac{8}{125}}{1 + \frac{6}{625}} = 5{,}016$$

Exemplo 4 — $x^5 = 10x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x + 4$; $x_0 = 10$

$$x_1 = \frac{10 + \frac{2}{10} + \frac{6}{100} + \frac{12}{1000} + \frac{20}{10\,000}}{1 + \frac{1}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{9}{10\,000} + \frac{16}{100.000}} = \frac{10{,}274}{1{,}01506} = 10{,}1216$$

Exemplo 5 — $x^3 = 67$ (raiz cúbica); $x_0 = 4$

$$x_1 = \frac{0 + \frac{201}{16}}{1 + \frac{134}{64}} = 4{,}061$$

Nos exemplos precedentes uma só tentativa fornece o número de algarismos significativos indicado. Nos exemplos que se seguem mostraremos a rapidissima convergência do método

Exemplo 6 — $2x^3 = 9x^2 + 10x - 12$ (uma raiz $x = -1{,}5$); $x_0 = 5$

$$x_1 = \frac{9 + \frac{20}{5} - \frac{36}{25}}{2 + \frac{10}{25} - \frac{24}{125}} = 5{,}236$$

Operando com $x_0 = 5{,}236$ obtém-se $x_1 = 5{,}2360679775$ (11 algarismos significativos). Nova substituição dá o resultado com 28 algarismos significativos.

Para encontrar a 3.ª raíz, parte-se de $x_0 = 0{,}8$

$$x_1 = \frac{9 + \frac{20}{0{,}8} - \frac{36}{0{,}64}}{2 + \frac{10}{0{,}64} - \frac{24}{0{,}512}} = 0{,}76$$

Para $x_0 = 0{,}76$ vem $x_1 = 0{,}7639$, $x_1 = 0{,}76393202$ e para este, vem $x_1 = 0{,}7639320225002103$ (16 algarismos significativos); a substituição seguinte já dá 32 algarismos.

A soma das três raízes é $\frac{a}{m} = \frac{9}{2}$ e o produto $\frac{c}{m} = -\frac{12}{2}$.

O método é aplicável directamente para achar as raízes negativas e fraccionárias. Nalguns casos de pequenas raízes fraccionárias é conveniente (embora não necessário) resolver a equação inversa $y = \frac{1}{x}$.

Exemplo 7 — $4x^3 = 18x^2 - 20x + 3$ (uma raíz $x = 1{,}5$).

Fazendo $y = \frac{1}{x}$ resulta $3y^3 = 20y^2 - 18y + 4$; $y_0 = 6$

$$x_1 = \frac{1}{y_1} = \frac{3 - \frac{18}{36} + \frac{8}{216}}{20 - \frac{36}{6} + \frac{12}{36}} = 0{,}1770$$

Na aplicação da expressão resolvente, o numerador e o denominador podem ser obtidos por divisão sintética.

Exemplo 8 — $8\,x^3 = 20\,x^2 - 4\,x + 1$; $x_0 = 2{,}5$. Vem

	20	— 8	3	0
2,5)		50	105	270
	20	42	108	270

	8	0	— 4	2
2,5)		20	50	115
	8	20	46	117

$$x_1 = \frac{270}{117} = 2{,}308$$

Para a extracção de raízes ou resolução de equações da forma $x^n = N$, sendo x_0 um valor aproximado da raiz, e representando por $R = N - x_0^n$; $S = N + x_0^n$, resulta

$$x_1 = x_0 \, \frac{n\,S + R}{n\,S - R}$$

Esta fórmula simples e geral, dá uma convergência mais rápida que qualquer outro método conhecido.

Exemplo 9 — $x^2 = 152$ $\quad x_0 = 12$

	152
12)	144
R = 8	S = 296

$$x_1 = 12 \times \frac{2 \times 296 + 8}{2 \times 296 - 8} = 12 \left(1 + \frac{2}{73}\right) = 12{,}3288$$

Exemplo 10 — $x^3 = 121$ $\quad x_0 = 5$

	121
5)	125
R = — 4	S = 246

$$x_1 = 5 \times \frac{3 \times 246 - 4}{3 \times 246 + 4} = 5 \left(1 - \frac{4}{371}\right) = 4{,}9461$$

Exemplo 11 — $x^7 = 2523$ $\quad x_0 = 3$

	2523
3)	2187
R = 336	S = 4710

$$x_1 = 3 \times \left(1 + \frac{2 \times 336}{7 \times 4710 - 336}\right) = 3 \times \left(1 + \frac{16}{777}\right) = 3{,}0618$$

Exemplo 12 — $x^{4/3} = 85$ $\quad x_0 = 27$

	85
27)	81
R = 4	S = 166

$$x_1 = 27 \left(1 + \frac{2 \times 4}{\frac{4}{3} \times 166 - 4}\right) = 27 \left(1 + \frac{6}{163}\right) = 27{,}994$$

BIBLIOTECA

REFERÊNCIAS SOBRE LIVROS RECEBIDOS

C. D. 621.54

«Compressed Air in Mining and Industry», por *Sydney H. North*. Editor Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd., Londres (1951). Preço 18/net; págs. 170.

Este livro é um excelente manual das aplicações do ar comprimido às Minas e à Indústria, mas exige, para uma leitura eficiente, o conhecimento prévio da teoria dos compressores. Através das suas 170 páginas, o autor passa em revista os diferentes campos de aplicação, fazendo uma descrição relativamente detalhada das vantagens particulares de cada caso. Como pontos principais, referem-se a utilização do ar comprimido no accionamento de aparelhagem de minas (em especial, transportadores e brocas) e as aplicações correntes na indústria (brocas, rebitagem, pulverização, transporte pneumático de sólidos, monta-ácidos, emulsores, agitadores, vibradores, etc.). Termina com os capítulos de ordem prática sobre compressores portáteis, cuidados a ter com as ferramentas pneumáticas e lubrificação.

Como orientação geral, o livro é bastante útil para estudar em pormenor, as condições particulares de cada aplicação.

L. A.

C. D. 629.13

«The Performance of Civil Aircraft», por *F. B. Baker* preço 35/net; págs. 302; editor Pitman & Sons.

A matéria apresentada por este livro dedicado aos assuntos da aeronáutica destina-se àqueles que, não sendo universitários, desejam compreender esta ciência com o auxílio das matemáticas dos Liceus.

Portanto, pilotos aviadores e amadores destes assuntos, encontram aí elementos para começarem a abordar problemas sob o aspecto prático.

Divide-se em três partes:

A primeira parte dedica-se aos princípios elementares do vôo.

A segunda parte aborda as características da aeronave: a largada, a aterragem, a subida, a descida, o tráfego aéreo, a planificação do vôo, para aeroplanos equipados com motores clássicos de êmbolo.

A terceira parte refere-se às características dos aeroplanos com turbinas a gás e ao futuro desenvolvimento dos vôos a grande altitude.

Acompanham este trabalho diagramas muito elucidativos que servem até para casos correntes de vôos com aeroplanos do tipo actual.

É um livro que se deve recomendar a todos aqueles que se queiram iniciar nos assuntos técnicos da aviação.

A. Varela Cid

FICHEIRO

C. D. 388.1 (04)

Relatório Geral da 2.ª Secção: Circulação, Exploração e Administração — IX Congresso da Estrada — Lisboa 1951 — *Mário José de Abreu e Silva.*

Associação Internacional Permanente dos Congressos da Estrada, 1951, vol. 1, págs. 20.

4.ª questão: Exploração.

C. D. 355.45

Defesa passiva das populações civis — *Joaquim José Salgado.*

Ordem dos Engenheiros, 12-946, 1 vol., págs. 6.

4:5

Languages for Science — *Parry Moon.*

1948, vol. 1, págs. 12.

Estuda as línguas utilizadas em publicações científicas e as possibilidades e vantagens de uma uniformização.

C. D. 423.62/69 (03)

Vocabulário Técnico Inglês-Português — *A. F. Lagrifa.*

Edição do Autor, 1949, vol. 1, págs. 270.

C. D. 512.831

Finite Matrices — *W. L. Ferrar.*

Oxford University, 1951, 1 vol., págs. 182.

C. D. 517.559

The Dirichelet problem for multiply-connected domains — *R. R. Reynolds.*

Harvard Uuiversity, Department of Engineering, 4-951, vol. 1, págs. 12.

C. D. 526.918.5

Teoria da orientação externa em estereofotogrametria aérea — *Filipe de Paiva Leite Brandão.*

Separata da Revista de Engenharia, 1950, vol. 1, págs. 21.

C. D. 531.311.011

A Classical Experiment Illustrating the Notion of «Jerk» — *P. Le Corbeiller.*

Harvard University, 1945-46, vol. 1, págs. 12.

C. D. 536.081.1/4

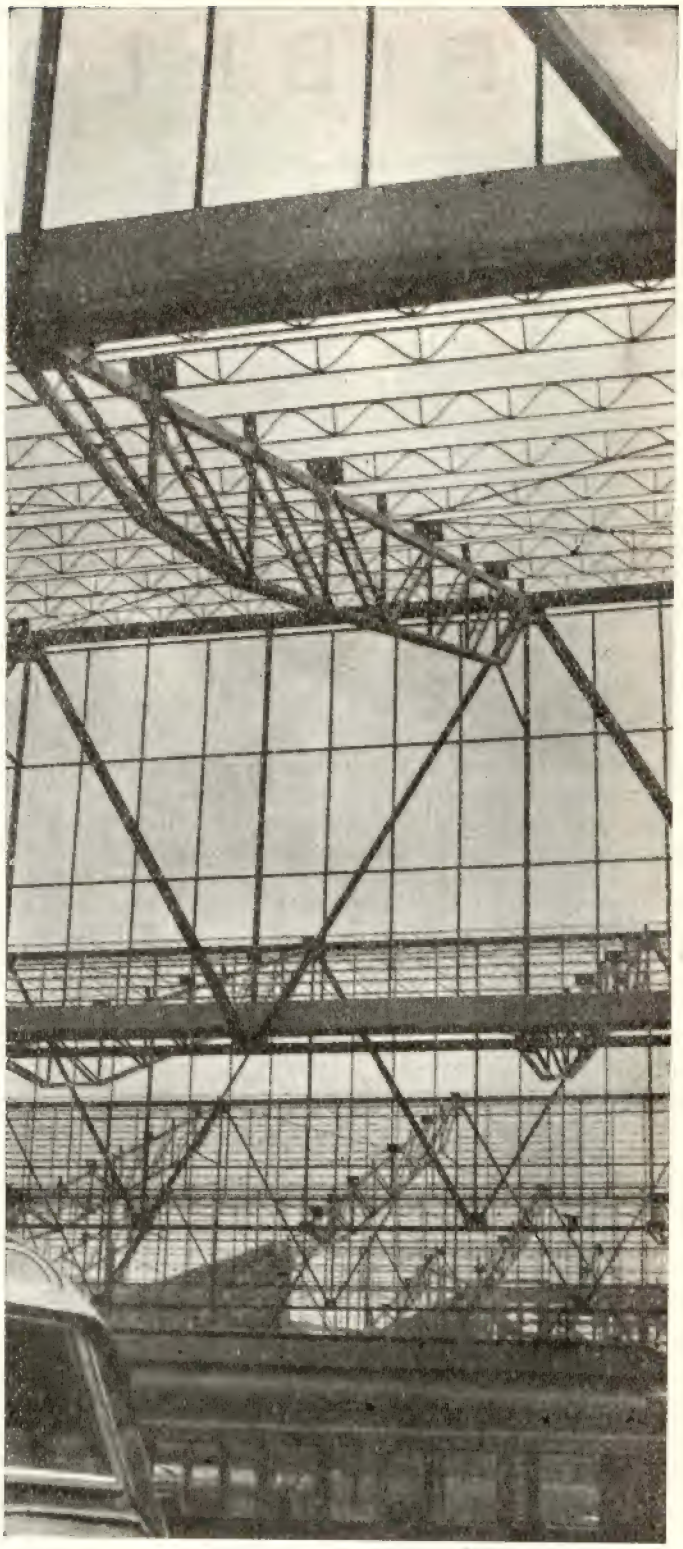
Unit for Heat-transfer rates — *Lionel S. Marks.*

Harvard University, 1942, vol. 1, pág. 1.

Estrutura metálica de cobertura em Shed da garagem de Eduardo Jorge. — Madres «Omes» sobre conjunto de vigas armadas e meias asnas de ligação.

Executada por OMES — Lusitana

OBRAS METÁLICAS ELECTRO-SOLDADAS, L.DA



Nesta oficina executam-se os seguintes trabalhos:

Reservatórios, estruturas metálicas para aparelhos de elevação, postes metálicos, condutas metálicas, pontes metálicas, etc.

Sede: Avenida Infante D. Henrique — Talhão 10 — LISBOA

Telef. 39008

UMA BARREIRA INVENCÍVEL

CONTRA A ACÇÃO DESTRUÍDORA DA FERRUGEM

Os S/V Sova-Kotes protegem toda a espécie de material ou equipamento metálico contra a prejudicial oxidação sempre destruidora.

Guie-se pela TABELA DE RECOMENDAÇÕES DOS S/V SOVA-KOTES e escolha o tipo de protecção de que necessitam todas as peças metálicas, grandes ou pequenas, para não se desvalorizarem ou serem destruidas.

Oponha à ferrugem a barreira invencível da série dos S/V SOVA-KOTES.

S/V SOVA-KOTE

Anti-ferrugem

SOCONY-VACUUM

UMA SEGURA PROTECÇÃO, PROLONGA A DURAÇÃO

SOCONY-VACUUM

2281

C. D. 537.523 4·08

Impulse Breakdown in the 10 $^{-9}$ sec: Range of air at Atmospheric Pressure — *R. C. Fletcher.*

The Physical Review, 15-11-949, vol. 1, págs. 12.

C. D. 539.32

Effects of a change of Poisson's ratio analysed by twinned gradients — *Westergaard.*

Graduate School of Engineering — Harvard University, 9-940, vol. 1, págs. 4.

C. D. 539.4

Resistencia de Materiales — *S. Timoshenko.*

Espasa-Calpe, 1946, vol. 1, págs. 347.

C. D. 613.614 (042)

Conferência realizada pelo Eng.º Álvaro Almeida da Cruz sobre Higiene Industrial e Protecção contra acidentes no trabalho — *Álvaro Almeida da Cruz.*

12-946, vol. 1, págs. 43.

Com fotografias de cartazes de prevenção contra acidentes.

C. D. 621.209 + 627.824.7 (469)

O aproveitamento hidro-eléctrico de Venda Nova — *Luis Moreira Lobo.*

Revista da Ordem dos Engenheiros, vol. 1, págs. 38.

C. D. 621 3

Pulse-type tester for high power tubes — *E. C. Easton and E. L. Chaffee.*

Harvard University, 1946-47, vol. 1, págs. 1-4.

C. D. 621.315.61.015.5

Characteristics of Restricted Ionization and Its Relations to Voids in Insulating Materials — *C. L. Dowes* e *P. H. Humphries.*

Harvard University, 1940-41, vol. 1, págs. 8.

C. D. 621 316.11.025

General Amplitude Relations for Transmission Lines with Unrestricted Line Parameters, Terminal Impedances, and Driving Point — *Ronold King.*

Harvard University, 12-941, vol. 1, págs. 8.

C. D. 621.316.31.016.33

The Frequencies of Natural Power Oscillations in Interconnected Generating and Distribution System — *Reinhold Rüdenberg.*

Harvard University, 1943-44, vol. 1, págs. 13.

C. D. 621.317.735.015.3

Fundamentals of Chlorination of sewage and wast — *Edward W. Moore.*

Harvard University, 1950, vol. 1, págs. 7.

C. D. 621.396.91

Developments in Meteorological Sounding by Radio Waves — *Albert W. Friend.*

Harvard University, 6-940, vol. 1, págs. 5.

C. D. 624.131.439.4

La compressibilité des sols — *R. Haefeli.*

Laboratório de Engenharia Civil, 1951, vol. 1, págs. 13.

14 fotografias e gravuras.

C. D. 624.131.439.5

Notes sur la resistance au cisaillement des sols argileux — *R. Haefeli*

Laboratório de Engenharia Civil, 1951, vol. 1, págs. 14.

16 fotografias e gravuras.

C. D. 625.7/8 (04)

Relatório Geral da 1.ª e 2.ª Secções em conjunto do IX Congresso — Lisboa 1951 — *Mário José Ferreira Mendes.*

Associação Internacional Permanente do Congresso da Estrada, 1951, vol. 1, págs. 23.

6.ª questão: Construção e conservação de estradas em regiões pouco povoadas ou de economia pouco desenvolvida em relação com as possibilidades de construção e o tráfego que essas estradas terão de suportar.

C. D. 625.7/8 (076) (469)

Bases para o estudo do Plano Rodoviário (Decreto-Lei n.º 34 593 de 11 de Maio de 1945) — *Raul de Mesquita Lima.*

IX Congresso Internacional da Estrada — Lisboa 1951, vol. 1, págs. 41.

C. D. 625.71 + 625.712 (04)

Relatório Geral da 1.ª e 2.ª Secções em conjunto IX Congresso — Lisboa 1951 — *Manuel Moreira Duarte de Sá e Melo.*

Associação Internacional Permanente dos Congressos da Estrada, 1951, vol. 1, págs. 59.

5.ª questão:

A) Características das vias em geral.

B) Características das vias urbanas.

C. D. 625.731 (04)

Relatório Geral da 1.ª Secção: Construção e Conservação — IX Congresso — Lisboa 1951 — *Eduardo de Arantes e Oliveira.*

Associação Internacional Permanente dos Congressos da Estrada, 1951, vol. 1, págs. 41.

2.ª questão: Progresso verificado desde 1938 quanto ao estudo do sub-solo das estradas.

A) Determinação das propriedades do sub-solo.

B) Estabilização do solo com vista à sua utilização nas fundações e revestimentos das estradas.

C. D. 627.2

El puerto de Hamburgo — Descrição dos trabalhos realizados em 1950 — *Vários.*
Rev. de Obras Públicas, 2-951, n.º 2830.

C. D. 627.341.3

Ducs d'Albe en palplanches métalliques — *Eng. L. Descans.*
L'Ossature Metallique, 11-951, n.º 11, pág. 523.

Contém detalhes construtivos e mostra fotografias de montagem.

C. D. 627.8 (45)

L'Impianto di S. Giacomo di Fraele — *Ettore Oerducci.*
L'Elettrotecnia, 8-951, vol. 38, n.º 8, págs. 330-351.

C. D. 662.9

Secadoros Rotativos — *Simón Arias.*
Ion, 2-951, vol. XI, n.º 115, págs. 74 a 82.

Questões focadas: escolha do tipo de secador; cálculo do ar e calor necessários; cálculo do tempo de secagem; cálculo do ventilador; projecto do tambor giratório.

C. D. 665.1

Las nuevas unidades para produccion de lubrificantes de la refineria de Cepsa — *A. Peckler Ferrer e F. Carus More.*
Ion, 1-951, vol. XI, n.º 114, págs. 3 a 16.

Processos de obtenção das fracções lubrificantes, desasfaltado das fracções pesadas, refinação com furfural, desparafinação e descloração.

C. D. 669:620.178

Cumulative Damage in Fatigue — *K. W. Mitchell.*
Metallurgia, 1-951, vol. 43, n.º 255, pág. 25-28.

Estudo de materiais sujeitos a esforços combinados ou repetidos.

C. D. 669.1-426.620.191

Tensile Failure of Carbon and Stainless Steel Wires in the Presence of Water and Hydrogen Sulphide — *J. E. Truman.*
Metallurgia, 1-951, vol. 43, n.º 255, págs. 8-10.

Corrosão de fios de aço em presença de água sulfídrica.

C. D. 669.1.002

Plant Reorganisation at the Works of the Consett Iron Company Limited.
Metallurgia, 1-951, vol. 43, n.º 225, págs. 20-24.

Descrição das instalações metalúrgicas da Consett Iron Company Limited.

C. D. 669.144.1:620.192.4

The Effect of Manganese Segregations on Machinability — *K. J. B. Wolfe e I. R. Robinson.*
Metallurgia, 1-951, vol. 43, n.º 255, pág. 3-7.

Formação de núcleos ricos em manganês nos aços. Aplicação da microradiografia na sua determinação.

C. D. 669.715.721:669.1

Note on the Solubility of Irom in Liquid Magnesium-Aluminium Alloys — *W. A. Baker, F. I. M. and M. D. Eborall.*
Metallurgia, 9-951, vol. 44, n.º 263, págs. 145-146.

C. D. 679.5:669.268

Les revêtements électrolytiques de chrome dur dans l'industrie des plastiques — *Edmond Gillet.*
Industrie des Plastiques Modernes, 3-951, vol. 3, n.º 3, págs. 37-41.

C. D. 679.5 (44)

L'Industrie Française des Plastiques — *P. Dubois.*
Industrie des Plastiques Modernes, 2-951, vol. 3, n.º 2, págs. 16-18; 33-37; 43-45.

Produção francesa em resinas principais. Dados sobre a produção.

C. D. 679.562

La pratica en la fabricacion de resinas nobles por colada, de fenol-formaldehido, para industria de artesania — *Jesus de Gregorio Rocasolano.*
Ion, 2-951, vol. XI, n.º 115, págs. 86 a 90.

C. D. 679.59:547.419.5

Un nouveau produit organosilicique français: le ciment Rhodorsil.
Industrie des Plastiques Modernes, 3-951, vol. 3, n.º 3, págs. 7-10.

Propriedades e aplicações.

C. D. 71

Acessos a Madrid por Carretera — Da rev. «Informes de Construccion» — Bosquejo histórico e plano em realização (SI) — Plantas e fotografias — *Isidoro Gomez.*
Informes de Construccion, 1-951, n.º 27.

C. D. 71

Un possible plan de Cadiz y de las communicaciones — *Tovar.*
Rev. de Obras Públicas, 3-951, n.º 2831.

OFICINAS E LABORATÓRIOS

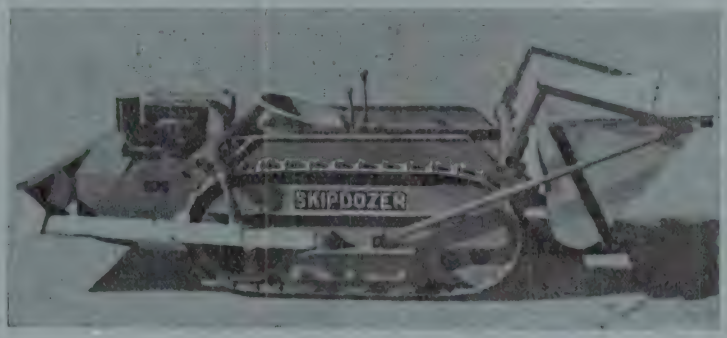
DO

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

TRACTOR TUTZ MARK III SKIPDOZER



Balde basculante com capacidade de 280 litros;

Pequena lâmina de bulldozer;

Motor Petter de 10 C. V. Diesel ou a gasolina;

Potência à barra: 800 quilos;

Ideal para rebocar combóios de vagonetas carregadas a subir, pois tem uma largura entre lagartas de 1 metro.

Indispensável aos empreiteiros, grandes ou pequenos, pequenas empresas mineiras, fábricas de cerâmica, construtores civis, fabricantes de cal, agricultores, etc.

É UM TRACTOR VERSÁTIL ACESSÍVEL A TODAS AS BOLSAS

EM LISBOA

para entrega imediata

Distribuição e assistência após venda por

BLACKWOOD HODGE

Praça da Alegria, 58 • Telef. 3 2064/5

Portugal, Inglaterra, França, E. U. A., Espanha, Irlanda, Bélgica, Itália, Africa do Sul, Africa Oriental, Africa Ocidental, as duas Rodésias e Nyassaland, Congo Belga, Angola, Moçambique, Sudão, India, Paquistão, Ceilão, Birmânia Austrália

Companhia Portuguesa de Fundações e Sondagens, L.da

(FUNSON)

Concessionários das "Patentes François"

Impermeabilização de barragens, depósitos, túneis, etc.

Profundação de poços e perfuração de galerias.

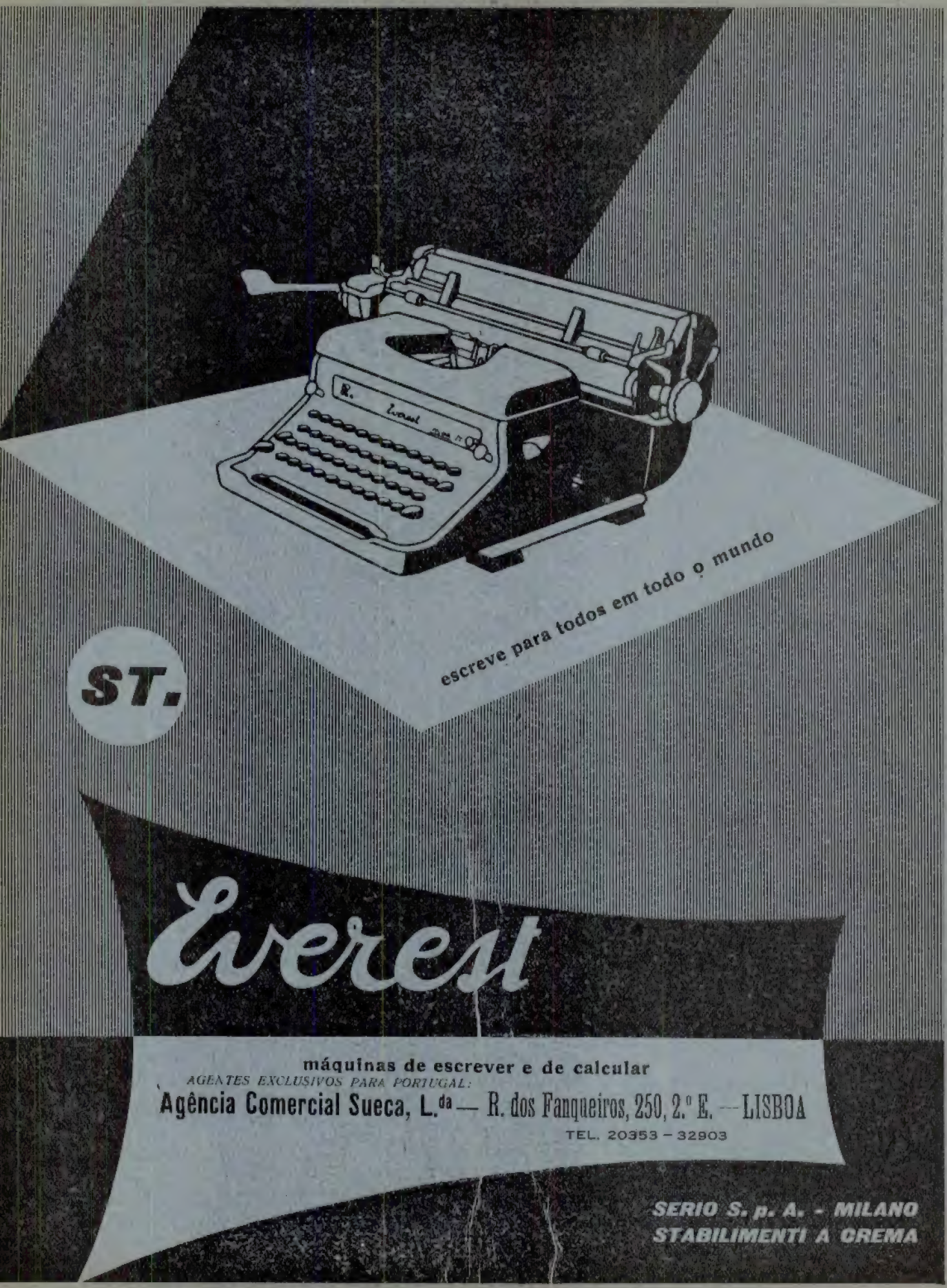
Sondagens a percussão e rotação, captação de águas e furos artesianos.

Estacaria «FRANÇOIS» de betão e injectados.

Análises por métodos geofísicos.

Injecções de argamassa Coloidal «*Colgrout*» e «*Colcrete*»

Calçada do Combro, 32-2.° Dt.° — Telef. 21583 - LISBOA


escreve para todos em todo o mundo
ST.
Everest
máquinas de escrever e de calcular
AGENTES EXCLUSIVOS PARA PORTUGAL:
Agência Comercial Sueca, L.da — R. dos Fanqueiros, 250, 2.º E. — LISBOA
TEL. 20353 - 32903
SERIO S. p. A. - MILANO
STABILIMENTI A CREMA

FUNDIÇÃO E CONSTRUÇÃO MECÂNICAS

S. A. R. L.

OEIRAS

Uma grande organização na «Indústria Metalúrgica e Metalomecânica nacional»

Com **Fábrica** onde se produz:

Fundição de ferro, Ferros Ligas e Metais, Esmaltes — Esmaltagem

OFICINAS DE SERRALHARIA E FORJAS

Alguns artigos de série:

Banheiras de ferro fundido esmaltado — Todos os artigos sanitários para casa de banho e cozinha — Caldeiras e radiadores para aquecimento central — Salamandras — Fogões e fogareiros a gás — Fogões a lenha e carvão — Escadas e escadotes — Tábuas de engomar — Material para construção civil (aros para claraboias, sifões de pátio, ventiladores, portinholas, olhos de boi, autoclismos, etc.) — Bancos de jardim — Candeeiros para iluminação pública, etc

PROJECTOS, ORÇAMENTOS E EXECUÇÃO DE INSTALAÇÕES E AQUECIMENTO CENTRAL

Vendas directas ao comércio da especialidade

Telef. Oeiras { P. P. C. 324 — 4 linhas / Administ. 156

Teleg. Fundição — OEIRAS

Correio: Apartado 711
LISBOA — CENTRAL

SECÇÃO DE AQUECIMENTO

Av. António Augusto de Aguiar, 7-A

Telefone 4 1110

APARELHOS DE MEDIDA

CHAUVIN ARNOUX & C.IE

TINTAS E VERNIZES

BITULAC, L.TD

CARVÕES DE ARCO PARA CINEMA E FOTOGRAVURA

S.TE LE CARBONE LORRAINE

ELECTRODOS E TODOS OS ACESSÓRIOS PARA SOLDADURA ELECTRICA

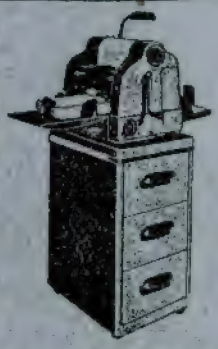
ARCOS

CONSULTAR:

J. ROMA, L.DA

PRAÇA DA FIGUEIRA, 12 — LISBOA

Telefone 3 3133



DUPLICADORES

Manuais e eléctricos.

Gestetner

OS MELHORES DO MUNDO

A GESTETNER, L.DA

RUA DA CONCEIÇÃO, 125 — Telefone 2 2628 - LISBOA

LARGO DO PADRÃO, 20, 1.º — Telefone 2 3469 - PORTO

COMPAGNIE POUR LA FABRICATION DES COMPTEURS ET MATERIEL D'USINE À GAZ

MONTROUGE — FRANCE

Aparelhos de Medida para todas as instalações de Gás, Electricidade — Água e Vapor

Contadores para

Água — Gás

Vapor

Electricidade

Amperímetros

Voltímetros

Wattímetros

Ohmímetros

Aparelhagem completa para protecção de Linhas de Transporte de Energia Eléctrica

MATERIAL EM STOCK

REPRESENTANTES GERAIS PARA PORTUGAL E COLÓNIAS:

NOGUEIRA LIMITADA

107, RUA DOS DOURADORES — LISBOA

TEL. 2 1381 — 2 1382 — 30655

AZEVEDO & PESSI, L.DA

RUA NOVA DO ALMADA, 46

LISBOA — PORTUGAL

TELEGRAMAS: PESSIL-LISBOA — TELEFONES: 29879-24495-20354

MÁQUINAS, EQUIPAMENTO, INSTALAÇÕES

Representantes de:

EMILE HAEFELY & C.ie S. A. — Basileia — Suíça
Transformadores de potência e medida, Condensadores estáticos, Rebobinagem de máquinas eléctricas, Material isolante

SPRECHER & SCHUH, S. A. — Aarau — Suíça
Aparelhagem eléctrica, Disjuntores-Ortojectores

MEIDINGER, S. A. — Basileia — Suíça
Motores e ventiladores eléctricos

BAUME & MARPENT, S. A. — Haine St. Pierre — Bélgica
Material de caminhos de ferro, Pontes, Gasómetros

HEINRICH FLOTTMANN G. m. b. H. — Herne — Alemanha
Equipamento perfurador, Demolidores, Compressores, Martelos

BERKEFELD FILTER GESELLSCHAFT, m. b. H. — Celle — Alemanha
Filtros para água, vinho, óleos. Instalações de depuração e amaciamento de água, desferrização

ESCH-WERKE K. G. — Duisburgo — Alemanha
Britadoras, trituradoras, instalações de tratar pedras

W. HARTMANN & C° — Hamburg — Alemanha
Escavadoras, transportadores de fita, Serapers, Vagonetas, Carris, Aços

THEODOR TILEMANN K. G. — Gevelsberg — Alemanha
Cabos de aço, cadeias, correntes

COMPANHIA PORTUGUESA DO COBRE, S. A. R. L. — Contomil — Porto
Cobre, latão, aluminio e respectivas ligas

FÁBRICA DE PORCELANA DA VISTA ALEGRE, L.DA

Fundada em 1824

POR

José Ferreira Pinto Basto

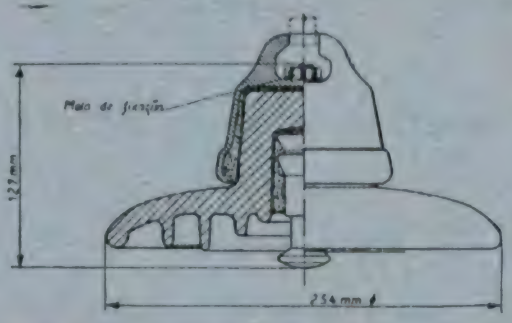
ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos

Peso aproximado:
4,3 kg cada elemento



Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Lisboa — Sede: Largo da Biblioteca 17 — **Fábrica em Ílhavo — Aveiro**
Depósitos: Lisboa — Largo do Chiado 18 — **Rua Cândido Reis, 118 — Porto**

No INQUÉRITO feito às ESTAÇÕES DE SERVIÇO e GARAGES

Verificou-se que o

CASTROL

disfruta uma posição PREDOMINANTE, pois está em muitos casos à cabeça na percentagem da procura, Sectores havendo onde atinge mais de 90 % das vendas.

Isto prova que o Mundo Motorístico chegou á conclusão que um óleo com as propriedades do

é mais barato do que peças novas, descarbonizações constantes, consumos excessivos e gomas no carter.

O USO PERMANENTE DO «CASTROL» é o verdadeiro Talisman para amortizar mais rápidamente o alto preço dos auto-veículos e o preço do custo da gasolina.

A Sociedade de Lubrificantes Ingleses, Ltd.ª regosija-se pelo resultado obtido com o inquérito feito e anuncia que uma rêde de cerca de 700 Agentes, Revendedores e Stockistas em todo o País, presta um serviço de assistência a todos os clientes de «CASTROL» mantendo permanentemente Stocks das graduações correntes, aos preços das tabelas em vigor.

Sociedade de Lubrificantes Ingleses, Ltd.ª

Rua da Conceição da Glória, 8 a 12 — LISBOA

Oficina Técnica de Estudos e Instalações Industriais

O. T. E. I.

Gabinete de estudos dos

"Ateliers de Constructions Electriques de Charleroi"

«A. C. E. C.»

(Representados em Portugal por Nogueira, L.da)

Estudos electro-mecânicos de

Centrais Hidráulicas e Térmicas, Subestações de Transformação, Linhas de Alta e Baixa Tensão, Instalações Industriais ou Fabris, Estações de Bombagem, Instalações em Minas, etc.

por técnicos nacionais e estrangeiros

Sede: Rua Rodrigo da Fonseca. 76-1.º E.

Telegramas OTEI — Lisboa Telefone 55317

MÁRMORES

aos melhores preços

Em todas as aplicações

IIII

A MAIOR PRODUÇÃO DO PAÍS

IIII

Pedidos à

Sociedade dos Mármores de Portugal, L.da

Rua de S. Domingos de Benfica, 63

LISBOA

MOTORES E SOBRESSELENTES

ENTREGAS IMEDIATAS

REPRESENTANTES:

C. SANTOS LDA.

29 — AVENIDA DA LIBERDADE — 41

LISBOA

RAWLPLUG

10 homens suspensos por um

RAWLPLUG

Esta experiência, realizada na Fábrica **RAWLPLUG** é uma prova irrefutável da força e segurança dos **RAWLPLUGS**.

Para instalações eléctricas, canalizações, máquinas, casas de banho, construção civil, — em casa, fábrica ou escritório — os **RAWLPLUGS** constituem o sistema de fixação perfeita e económica.

Mais casas
Mais fábricas
Maior aplicação
para
RAWLPLUG

Distribuidores no Norte:

SOCIEDADE HEMISFÉRIO
Praça Sidónio Pais, 267, 3.º — PORTO

Representantes em Portugal:

LEACOCK (LISBOA) L.DA Avenida 24 de Julho, 16 — Tel. 61127/28 — LISBOA

SOPECATE

Sondagens e Fundações

Director Técnico
Eng.º Mello Gouveia

Rua do Arsenal, n.º 146-2. Esq.º

Telefone 34010 LISBOA

Estaca moldada e ensaio da mesma a 130 Ton.

Fundações para Armazéns de Clinker da CIBRA.

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLÍNICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57
Avenidas da República e Elias Garcia — Rua da Graça, 82 e 84

FORNOS ELÉCTRICOS PARA FUSÃO

FUSÃO RÁPIDA, ECONÓMICA E CONTROLADA

— Fornos «*Birlec-Detroit*» de arco, basculantes, para latão, bronze, cobre, ligas de ferro, etc.

— Fornos «*Birlec-Lectromelt*» de arco para aço e ferro.

— Lares anteriores *Birlec* para fornos de cúpula para sobreaquecimento de ferro em fusão.

— Fornos «*Birlec-Tama*» de indução, de baixa frequência, para alumínio e ligas leves.

— Fornos «*Birlec-Northrup*» de indução, de alta frequência, para metais ferrosos e não ferrosos.

DESDE PEQUENOS FORNOS DE LABORATORIO
ATE ÀS UNIDADES DA MAIS ALTA PRODUÇÃO

BIRLEC **LIMITED**

TYBURN ROAD • ERDINGTON • BIRMINGHAM 24

AGENTES PARA OS FORNOS ELÉCTRICOS DE FUNDIÇÃO:

GENERAL ELECTRIC PORTUGUESA, S. A. R. L.

RUA DO NORTE, 5 — LISBOA — Telefones: 2 8135/6

AGENTES PARA OS FORNOS ELÉCTRICOS PARA TRATAMENTOS TÉRMICOS:

ALHERS, LINDLEY, L.DA

RUA DO FERREGIAL DE BAIXO, 33, 2.º — LISBOA — Telefones: 2 1321/4

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

CONTRA A HUMIDADE

FABRICA EM SACAVÉM

TELEFONES { 4 2651 / 4 2156 TELEG. EPALDA—LISBOA

Cimento «Liz» hidrofugado «N»

PRÓPRIO PARA

IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS

REBOCOS, FUNDAÇÕES, PAREDES, ETC.

Substitue com vantagem de ordem técnica e económica todos os impermeabilizadores conhecidos.

Em sacos de papel de 50 quilos

Peçam instruções para o seu emprêgo

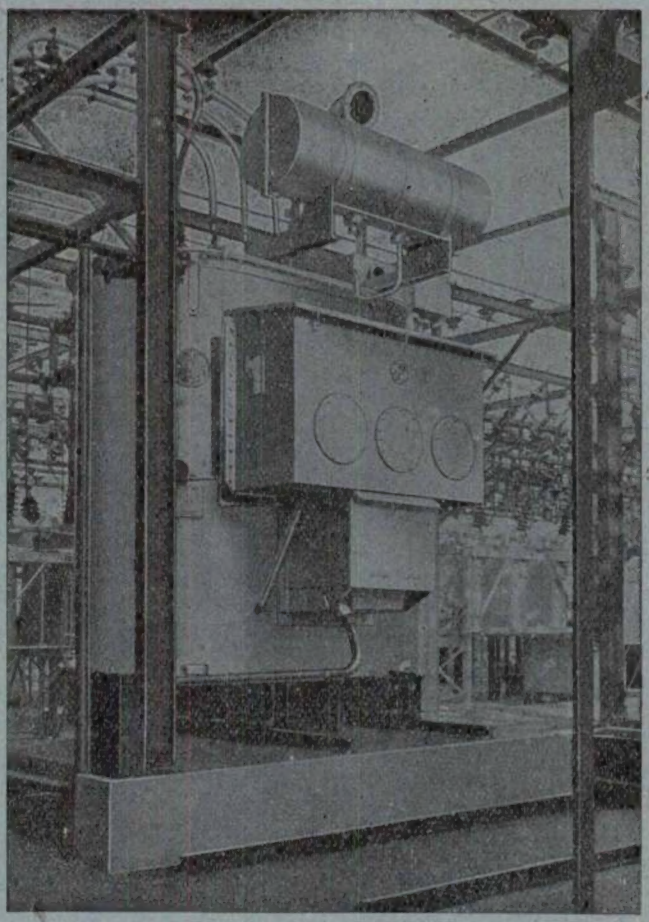
Sede: Rua do Cais de Santarém, 64, 1.º—LISBOA
Filial: Rua de Santo António, 190-A, 1.º—PORTO

Agentes em todo o País

GENERAL ELECTRIC

SCHENECTADY, N. Y

Motores e dínamos. Alternadores. Transformadores. Aparelhos para alta e baixa tensão. Centrais termo e hidro-eléctricas. Instalações para melhorar o factor de potência. Tracção eléctrica. Máquinas. Transformadores e Eléctrodos para soldadura eléctrica. Fornos eléctricos. Automotoras eléctricas e Diesel-eléctricas. Turbinas de vapor. Aparelhos de iluminação. Instrumentos de medida. Condutores eléctricos. Electrificação de fábricas. Comandos eléctricos especiais para fábricas têxteis, fábricas de papel, etc. Máquinas frigoríficas. Emissores e receptores para T. S. F. Aparelhagem de electro-medicina. Instalações de Som.



Transformador trifásico com regulação da tensão em carga

GENERAL ELECTRIC

Portuguesa, S. A. R. L.

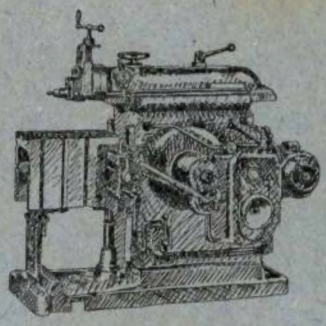
LISBOA — Rua do Norte, 5
Telefones: 2 8135 - 2 8136

PORTO — R. Sá da Bandeira, 585
Telefone 2 5907

MÁQUINAS-FERRAMENTAS

Diferenciais eléctricos «**SWF**» de todos os tipos
e para todas as aplicações
Bombas centrífugas, compressores e bombas de vácuo
«**Klein, Schanzlin** e **Becker**»
Motores a óleos pesados «**SKODA**»
Tractores e debulhadoras «**LANZ**»
Fornos a óleos pesados e eléctricos «**Ruppmann**»
Transportadores aéreos
Máquinas para Caminho de Ferro «**Froriep**»

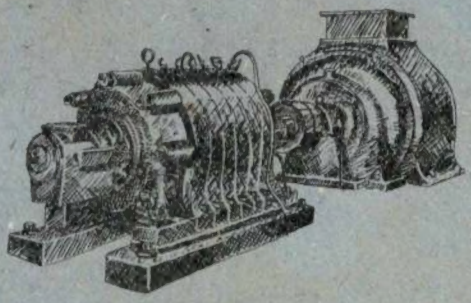
ETC.



Máquinas de soldar, eléctricas
e a autogéneo

—

Ferramentas de precisão



Ferramentas eléctricas
portáteis

Material para garagens
e estações de serviço «**ATI**»

—

Aços finos "Roechling"

O maior depósito de máquinas, novas, do País

MÁQUINAS DE PRECISÃO, L.DA
(Eng.º J. d'Arriaga de Tavares)

RUA DA BOA VISTA, 45-49, 1.º — LISBOA — TEL. 6 6086

"GREY"

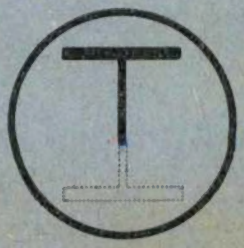
Vigas e Ferros T

Agentes exclusivos para Portugal
e Colónias Portuguesas

NOGUEIRA LIMITADA

LISBOA
107 — R. dos Douradores
Tel. 21381 — 21382 — 30655

PORTO
136 — Rua do Almada
Tel. 27167



FUNDAÇÕES FRANKI

ESTACAS
FRANKI
FORUM
MEGA
TUBADAS
SONDAGENS GEOLÓGICAS
CONSOLIDAÇÃO DE ALICERCES

Sociedade Construtora Portuguesa, L.da

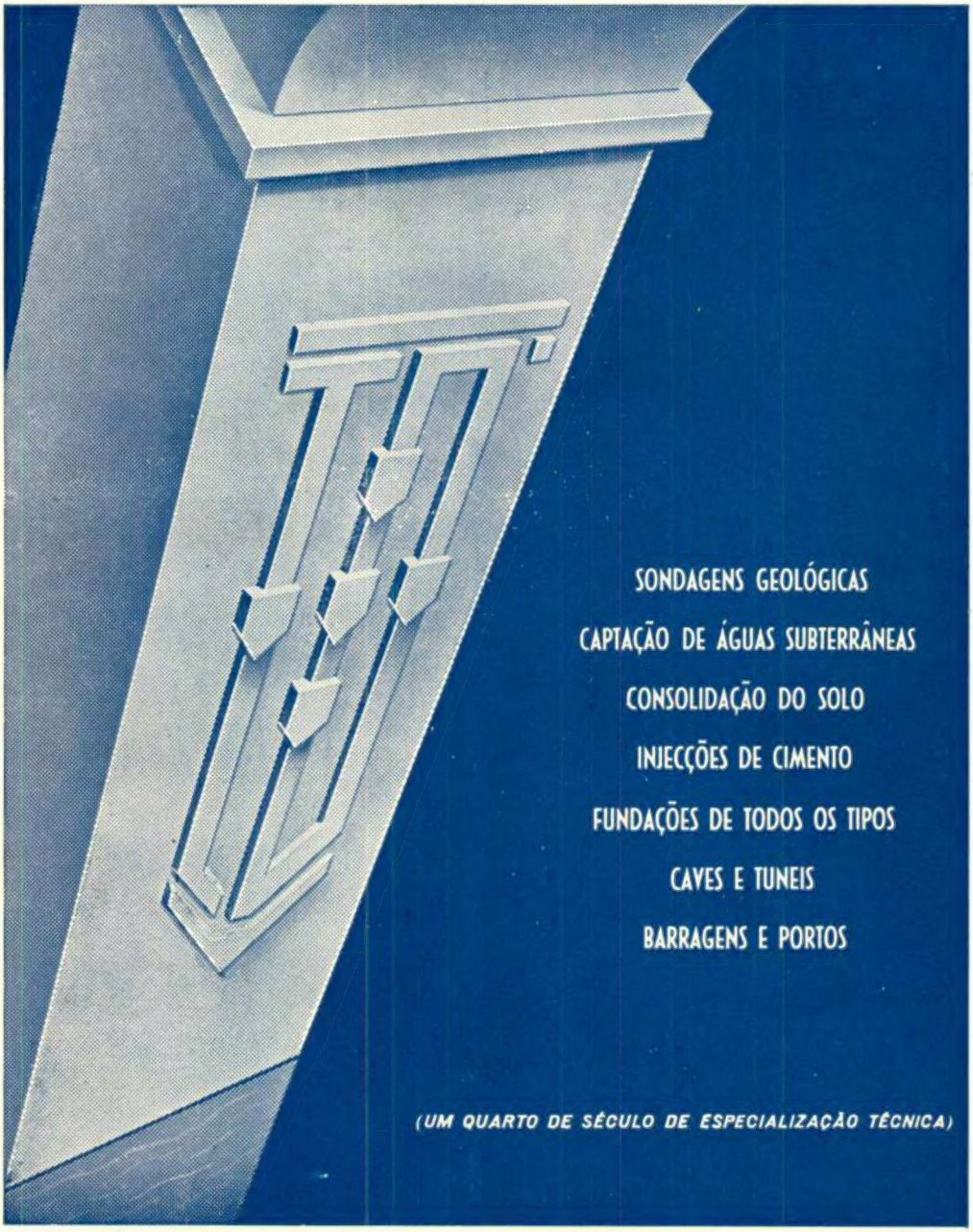
P. da Alegria, 20, r/c ✦ Telef. 27456 ✦ LISBOA

Emprêsa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

RUA DA BETESGA, 57. 3.º
TELEF. 3 2774

LISBOA



SOCIEDADE ANÓNIMA

BROWN, BOVERI & CIE.

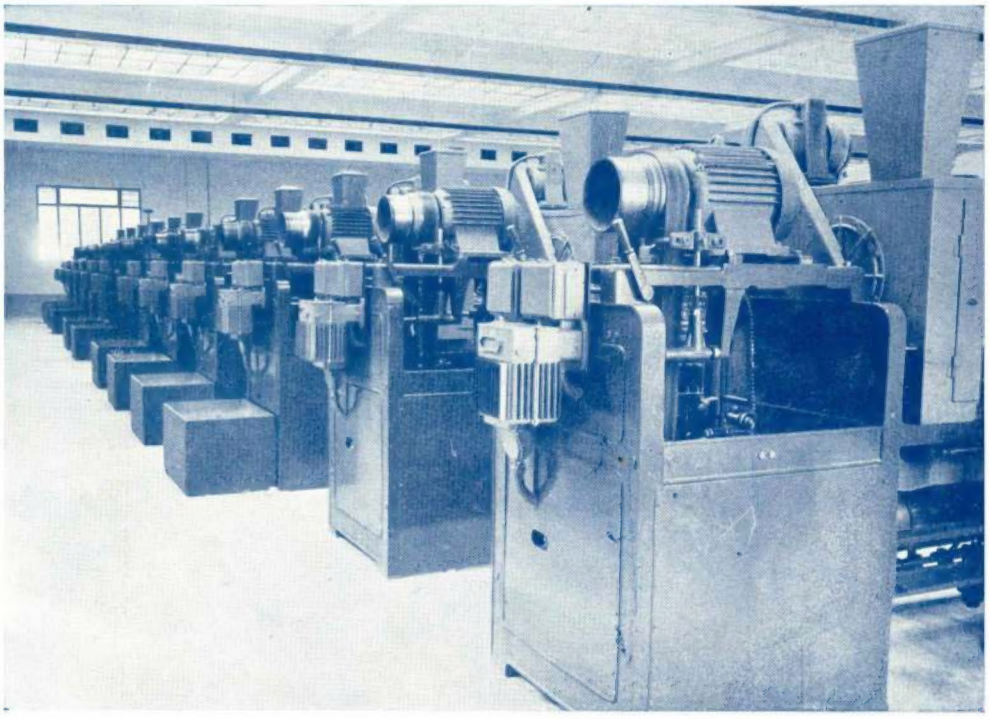
BADEN (SUISSA)

Representante geral para Portugal e Colónias:

EDOUARD DALPHIN

Escritório Técnico: Praça de D. João I, 25, 3.º Dir. // PORTO // Tel. 2411

Máquinas eléctricas, transformadores, mutadores, aparelhos para alta e baixa tensão. Montagem completa de centrais termo e hidro-eléctricas. Electrificação de fábricas e de caminho de ferro. Locomotivas, e auto-motoras eléctricas e Diesel-eléctricas. Máquinas de extracção. Turbinas a vapor. Geradores de vapor Velox. Máquinas frigoríficas. Grupos e transformadores para a soldadura pelo arco. Fornos eléctricos. Comandos eléctricos especiais para tôdas as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Cimento, Moagem, Material de alta frequência, Telegrafia, Telefonia, Telecomando, etc.



Accionamento de contínuos de fiar algodão, com motores de rotor em curto-circuito e arranque especialmente suave, na Fábrica de Mindelo